

基于光电二极管的无线光定位技术

朱秉诚 副教授

东南大学移动通信国家重点实验室

紫金山实验室

2024年6月13日

内容提要

- 研究背景
- 基于光电二极管阵列的到达角估计
- 基于到达角的位姿估计方法
- LED数据库的全自动构建方法
- 无线光定位的系统实现

研究背景



紫金山實驗室
Purple Mountain Laboratories



无线信号的对比

系统成本



方向性 低

高



定位误差 高

低



频谱



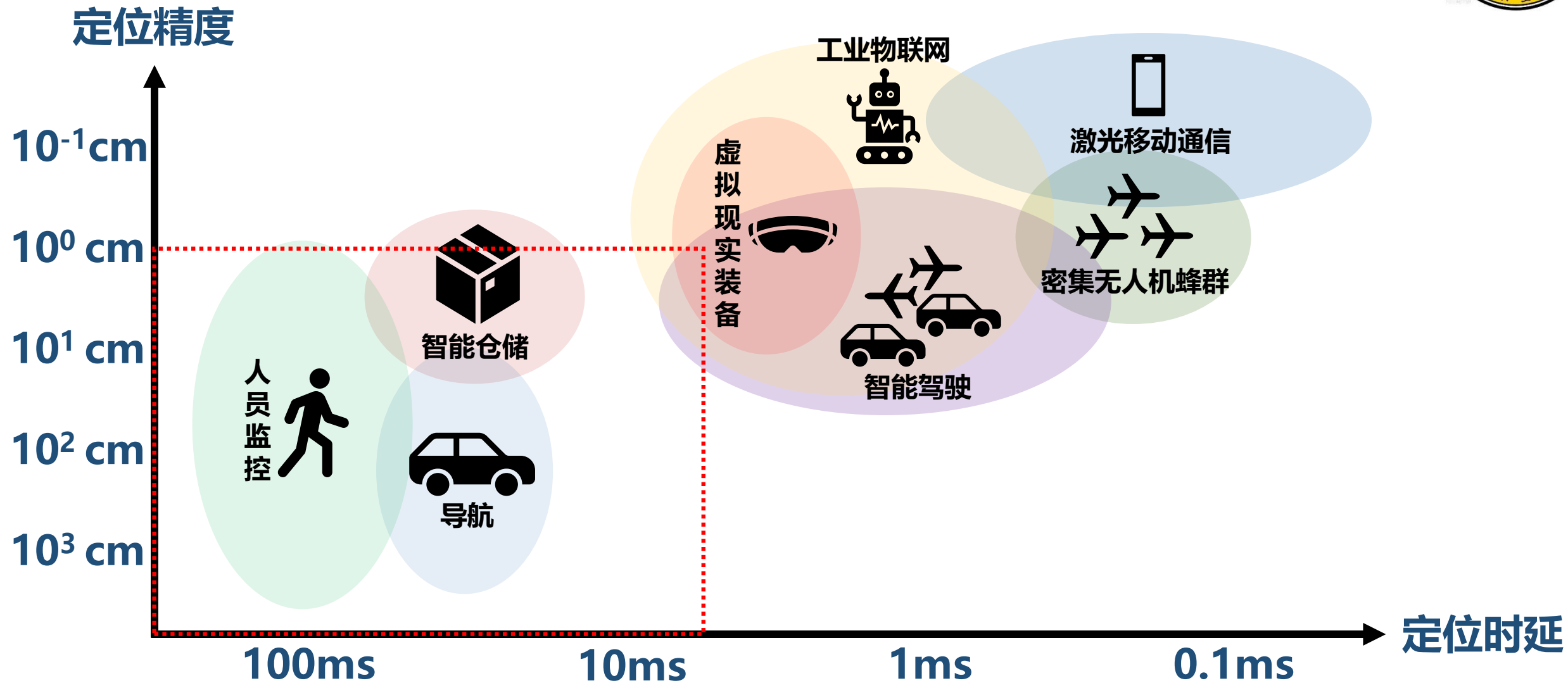
传统射频和微波
– 30 GHz

毫米波
30 – 300 GHz

太赫兹
0.1 – 10 THz

光
10 – 1000 THz

研究背景



研究背景

基于不同类型信号的定位效果

系统	精度(米)	成本	优势	劣势
移动蜂窝网	2.5-20	低	高覆盖	衍射及多径影响严重
ZigBee	1-10	低	低功耗	衍射及多径影响严重
Wi-Fi	1-5	低	节点多、低功耗	衍射及多径影响严重
蓝牙	1-5	低	低功耗	衍射及多径影响严重
UWB	0.01-1	高	高精度	高成本，多径影响严重，需视距环境
RFID	取决于节点密度	高 (大量布设)	低功耗	大规模布设成本高
激光雷达	<0.1	高	高精度，自动构建地图	成本高、功耗高、体积大、算法复杂、响应慢
无线光定位	0.001-1	中低	高精度，姿态估计	需视距环境

研究背景

典型的光定位算法



紫金山實驗室
Purple Mountain Laboratories



定位算法	精度(m)	成本	附加硬件	优势	弱势
最近邻 (Proximity)	1	低		低成本	低精度
到达时间/到达时间差 (TOA/TDOA)	0.01	高	超高精度同步器件	不需姿态角信息	超纳秒级同步
接收信号强度 (RSS)	0.01	低	陀螺仪/加速度计	低成本、复杂度低	需朝向校准 光源功率难估计 光源辐射模式难估计 对倾角抖动敏感
指纹 (Fingerprint)	0.001	高	数据库高速匹配单元	高精度、复杂环境适应性强	精确角度校准、庞大数据库、高运算复杂度、环境变化敏感
到达角 (AOA)	0.01	低		高精度、复杂度低、能估姿态	误差随链路距离线性增长

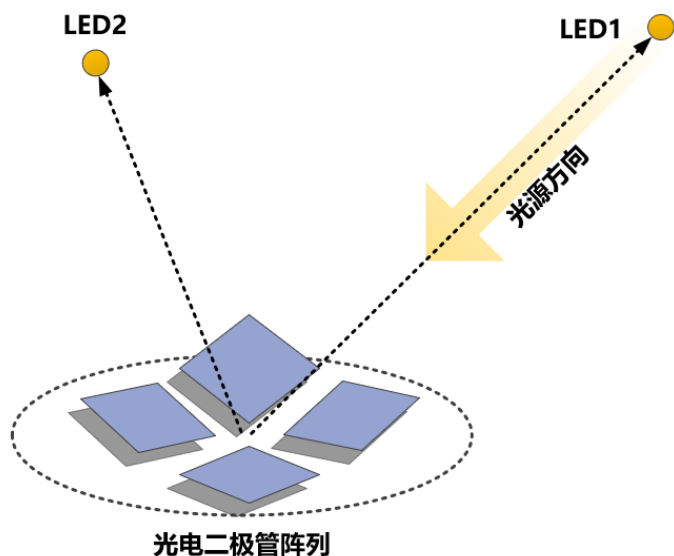
基于光电二极管阵列的到达角估计



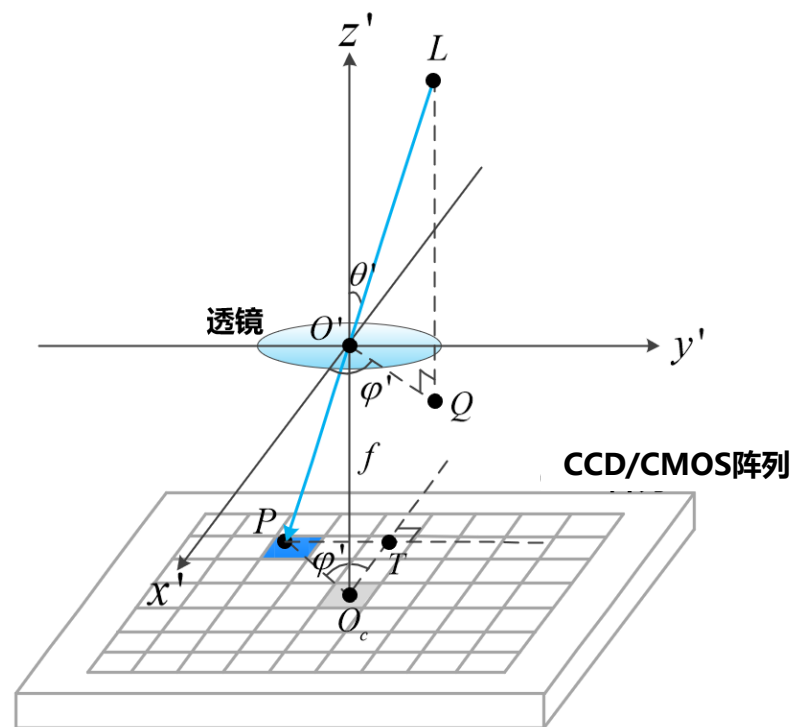
紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories



估计光信号AOA的传感器



低延时、低功耗、广视角、低成本



抗多径、高精度、产品丰富

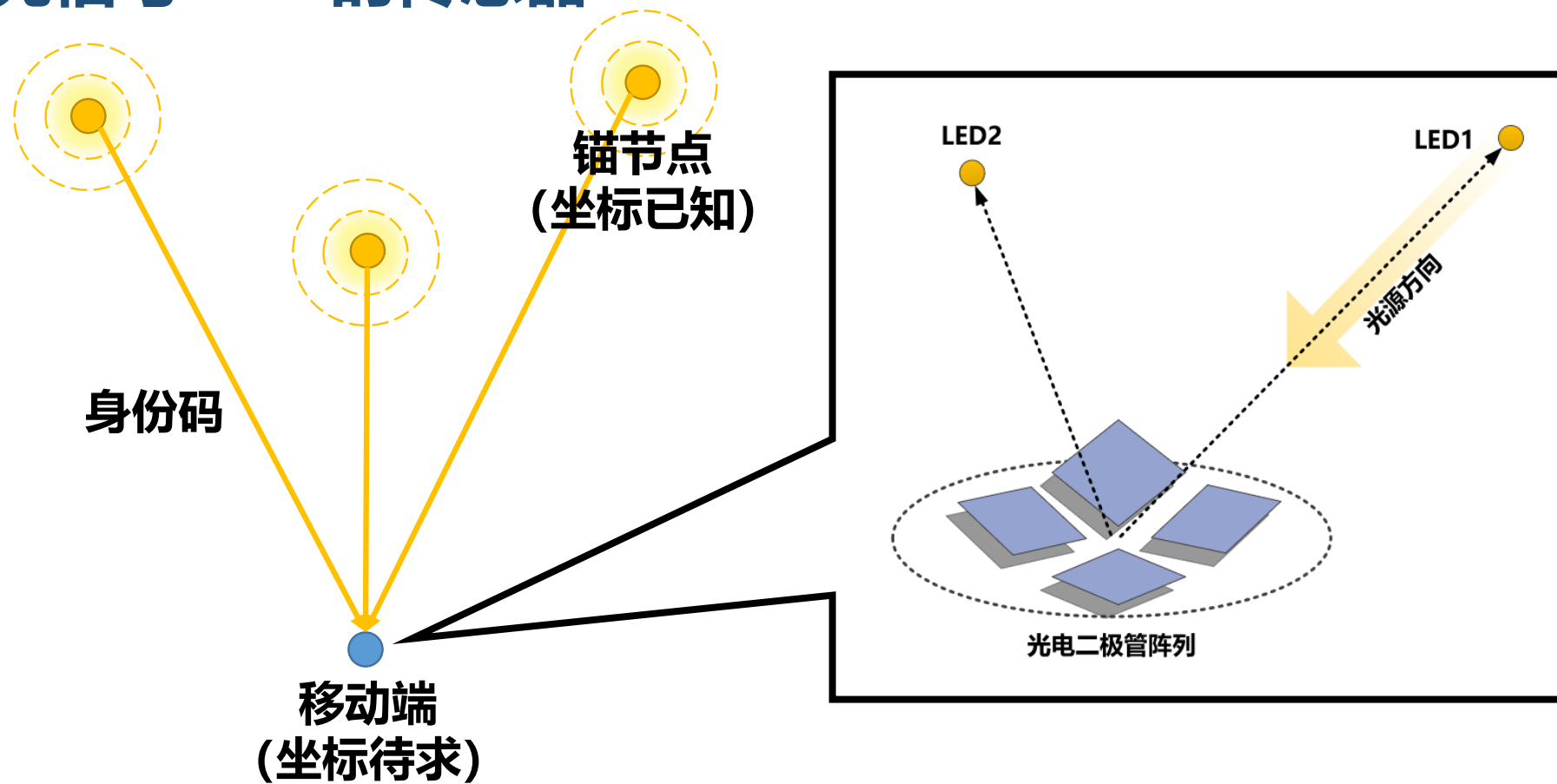
基于光电二极管阵列的到达角估计



紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories



估计光信号AOA的传感器



基于光电二极管阵列的到达角估计



紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories



估计光信号AOA的算法

第 k 个PD的光电流为

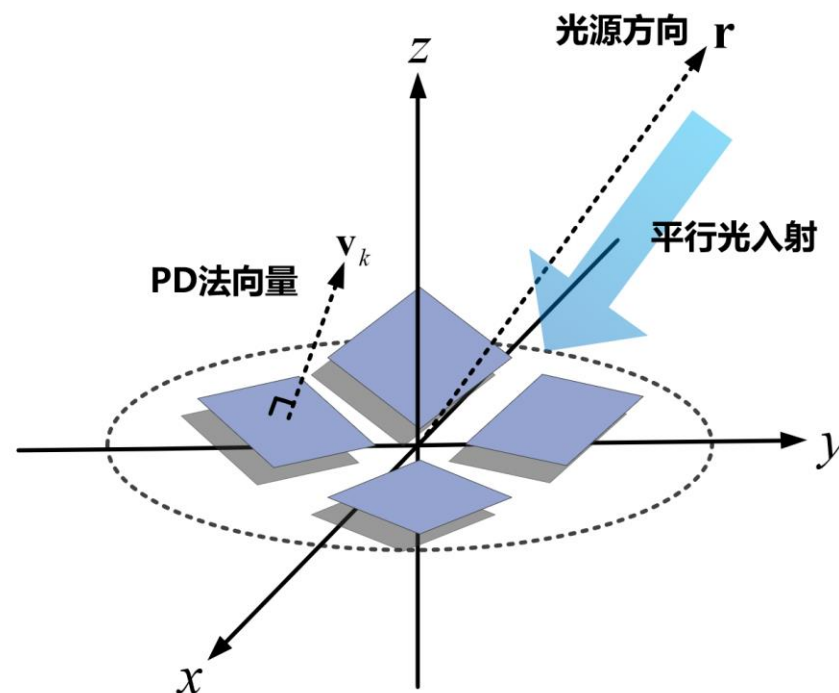
PD法向量

$$s_k = p_{\max} \cos \psi_k = p_{\max} \mathbf{v}_k^T \cdot \frac{\mathbf{r}_k}{\|\mathbf{r}_k\|}, 0 \leq \psi_k \leq \pi$$

平行光垂直入射
PD时的光电流

PD法向量和
光源方向的夹角

光源方向



将 K 个PD的光电流排列成向量

$$\hat{\mathbf{s}} \approx p_{\max} \mathbf{V}_{PD} \cdot \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} + \mathbf{n} = p_{\max} \mathbf{V}_{PD} \cdot \mathbf{r}_N + \mathbf{n}$$

噪声

PD法向量构成的矩阵

归一化光源方向

基于光电二极管阵列的到达角估计



紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories



估计光信号AOA的算法

根据光电流估计光源方向

$$\hat{\mathbf{r}}_N = \frac{1}{p_{\max}} \left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \hat{\mathbf{s}}$$

将其整理成信号+误差的形式

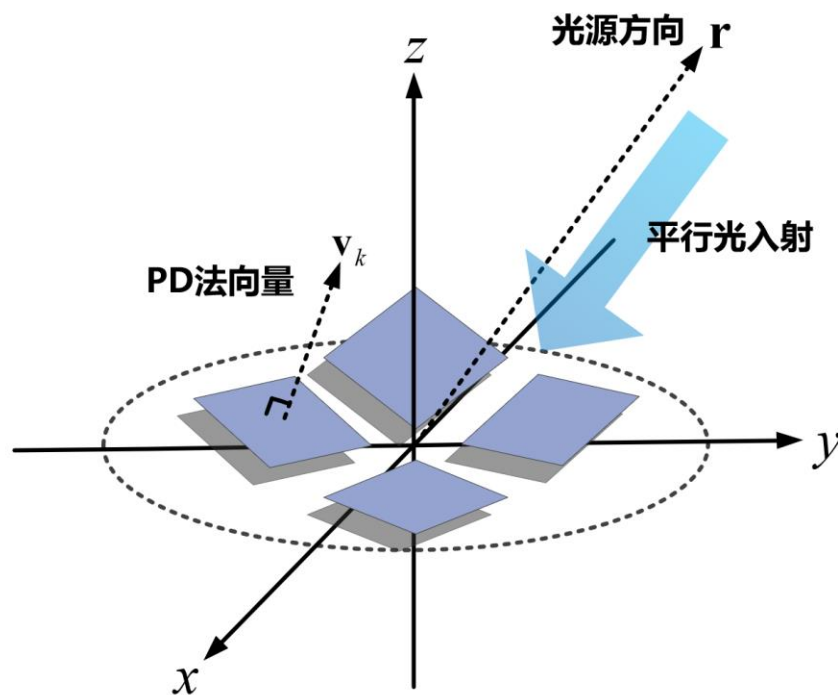
$$\hat{\mathbf{r}}_N = \underbrace{\mathbf{r}_N - \left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \frac{\mathbf{n}}{p_{\max}}}_{\mathbf{n}_{r_N}}$$

误差向量的功率为

$$\begin{aligned} e_{\hat{\mathbf{r}}_N} &= E \left[\left\| \mathbf{n}_{r_N} \right\|^2 \right] = E \left[\left\| \left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \frac{\mathbf{n}}{p_{\max}} \right\|^2 \right] \\ &= \frac{\sigma_n^2}{p_{\max}^2} \text{tr} \left(\left(\left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \right)^T \left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \right) \end{aligned}$$

噪声和信号功率比

存在闭式最优表达式



$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{V}_{PD}} & \left\{ \text{tr} \left(\left(\left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \right)^T \left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \right) \right\} \\ \text{s.t.} & \left\| \mathbf{v}_k \right\| = 1, \forall k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

基于光电二极管阵列的到达角估计

PD阵列的优化

将 $\mathbf{V}_{PD}$ 进行奇异值分解

$$\mathbf{V}_{PD} = \mathbf{U} \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \\ \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\Sigma} \mathbf{V}^T$$

误差向量功率化为

$$e_{\hat{\mathbf{r}}_N} = \frac{\sigma_n^2}{p_{\max}^2} \text{tr} \left(\Sigma \left(\Sigma^T \Sigma \right)^{-2} \Sigma^T \right) = \frac{\sigma_n^2}{p_{\max}^2} \left(\frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} \right)$$

由于 $\mathbf{V}_{PD}$ 是归一化PD法向量构成的矩阵，所以必满足

$$\text{tr} \left(\mathbf{V}_{PD} \mathbf{V}_{PD}^T \right) = \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_k^T \mathbf{v}_k = K$$

利用相似矩阵性质，可得

$$\text{tr} \left(\mathbf{V}_{PD} \mathbf{V}_{PD}^T \right) = \text{tr} \left(\Sigma \Sigma^T \right) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = K$$

基于光电二极管阵列的到达角估计

PD阵列的优化

可知最小化误差向量功率的奇异值满足

$$\min_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} \left\{ \frac{\sigma_n^2}{p_{\max}^2} \left(\frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} \right) \right\}$$
$$s.t. \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = K$$

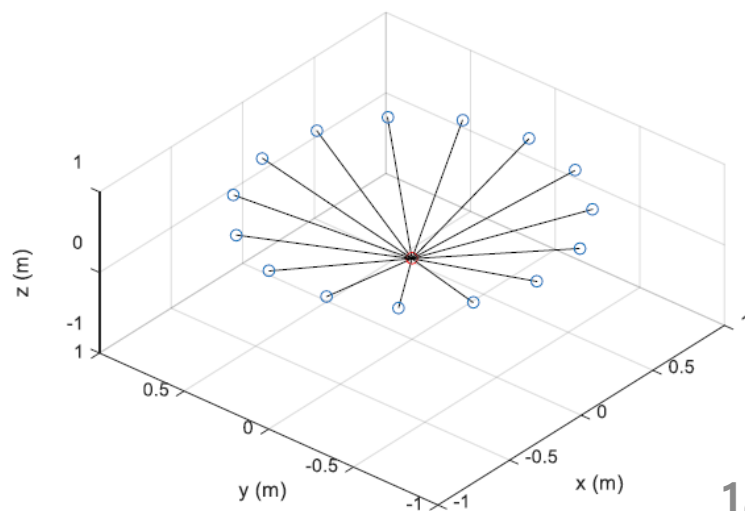
基于KKT条件求解得

$$\lambda_1^* = \lambda_2^* = \lambda_3^* = \sqrt{\frac{K}{3}}$$

说明最优PD法向量会呈现明显的**对称性**

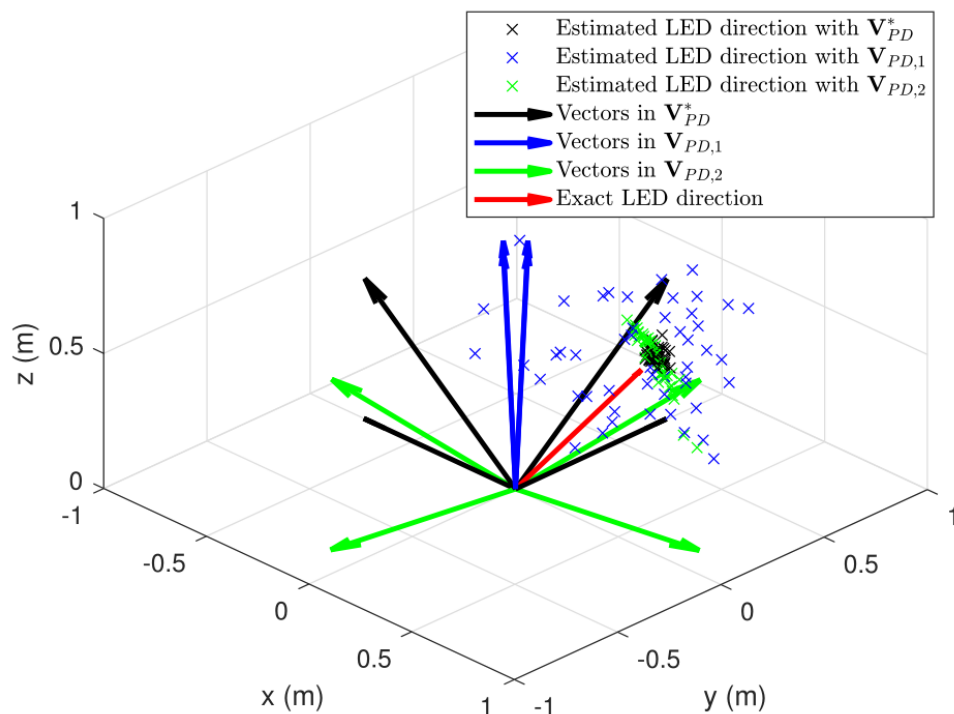
一个满足上述条件的解为

$$\mathbf{V}_{PD}^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \frac{1}{K} 2\pi & \sin \frac{1}{K} 2\pi & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \frac{2}{K} 2\pi & \sin \frac{2}{K} 2\pi & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos \frac{K}{K} 2\pi & \sin \frac{K}{K} 2\pi & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

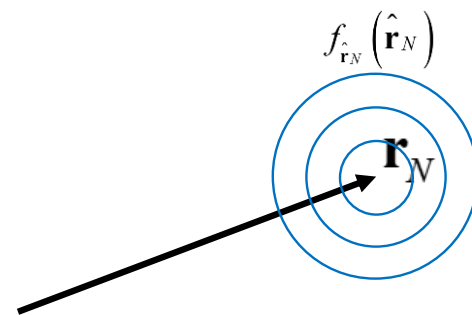


基于光电二极管阵列的到达角估计

PD阵列的优化



仿真结果表示优化法向量后角度估计更准



入射向量的估计表达式

$$\hat{\mathbf{r}}_N = \mathbf{r}_N - \underbrace{\left(\mathbf{V}_{PD}^T \mathbf{V}_{PD} \right)^{-1} \mathbf{V}_{PD}^T \frac{\mathbf{n}}{p_{\max}}}_{\mathbf{n}_{r_N}}$$

当 $\mathbf{V}_{PD}$ 为最优时，入射向量的联合概率密度函数为

$$f_{\hat{\mathbf{r}}_N}(\hat{\mathbf{r}}_N) = \sqrt{\left(\frac{K p_{\max}^2}{6 \pi \sigma_n^2} \right)^3} \exp \left(- \frac{K p_{\max}^2}{6 \sigma_n^2} (\hat{\mathbf{r}}_N - \mathbf{r}_N)^T (\hat{\mathbf{r}}_N - \mathbf{r}_N) \right)$$

各元素独立，方差反比于信噪比和PD数量

基于光电二极管阵列的到达角估计



紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories

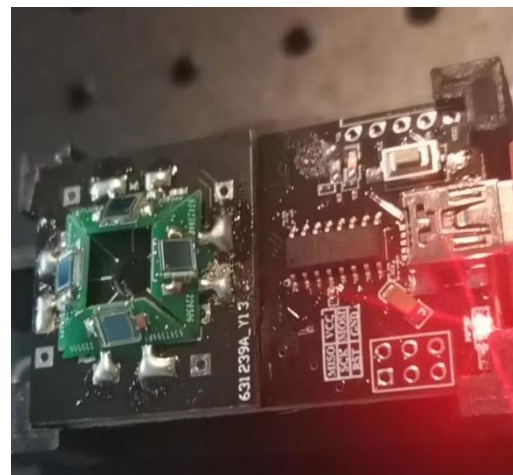


估计光信号方向角的硬件模块

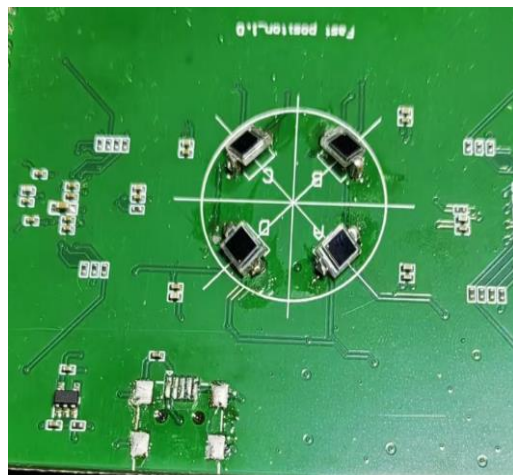
小尺寸 (25mm×40mm)
4 PD
1度角度估计误差



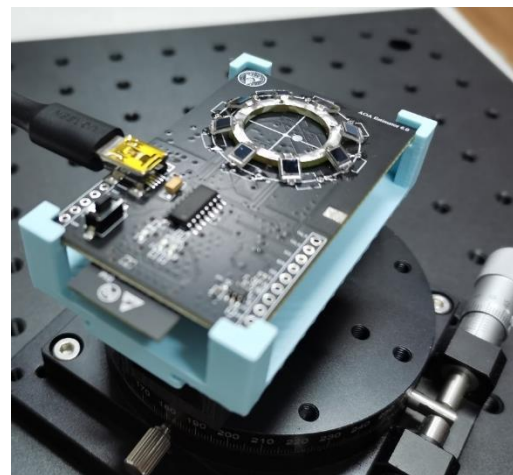
低功耗 (<10mW)
4 PD
0.5度角度估计误差



低延时 (8kHz定位频率)
4 PD
1度角度估计误差



三维定位+WiFi回传
8 PD
0.4度角度估计误差
20~100 Hz定位频率



基于光电二极管阵列的到达角估计



紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories



估计光信号方向角的硬件模块

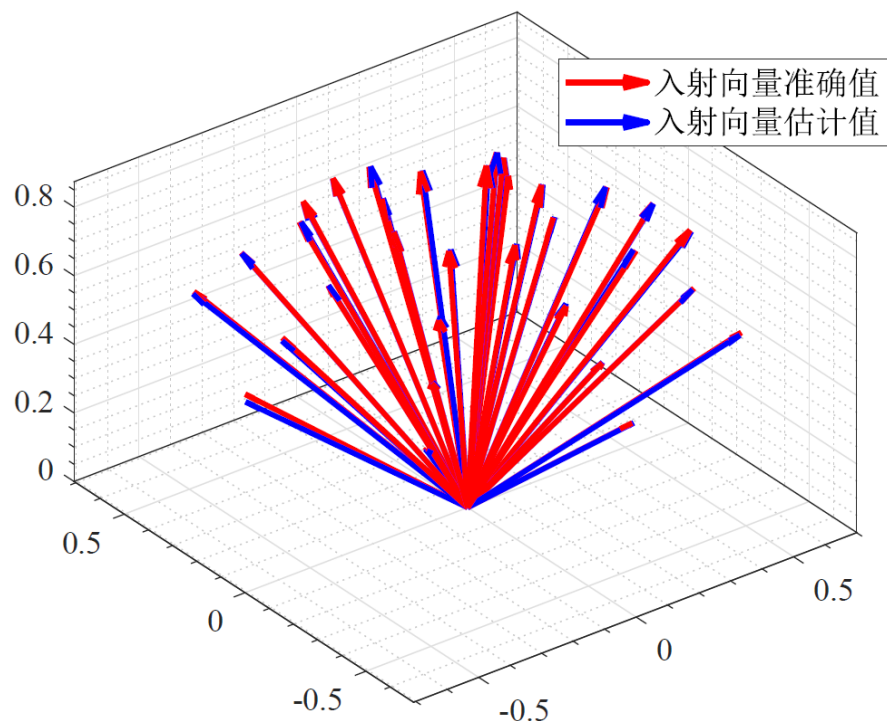
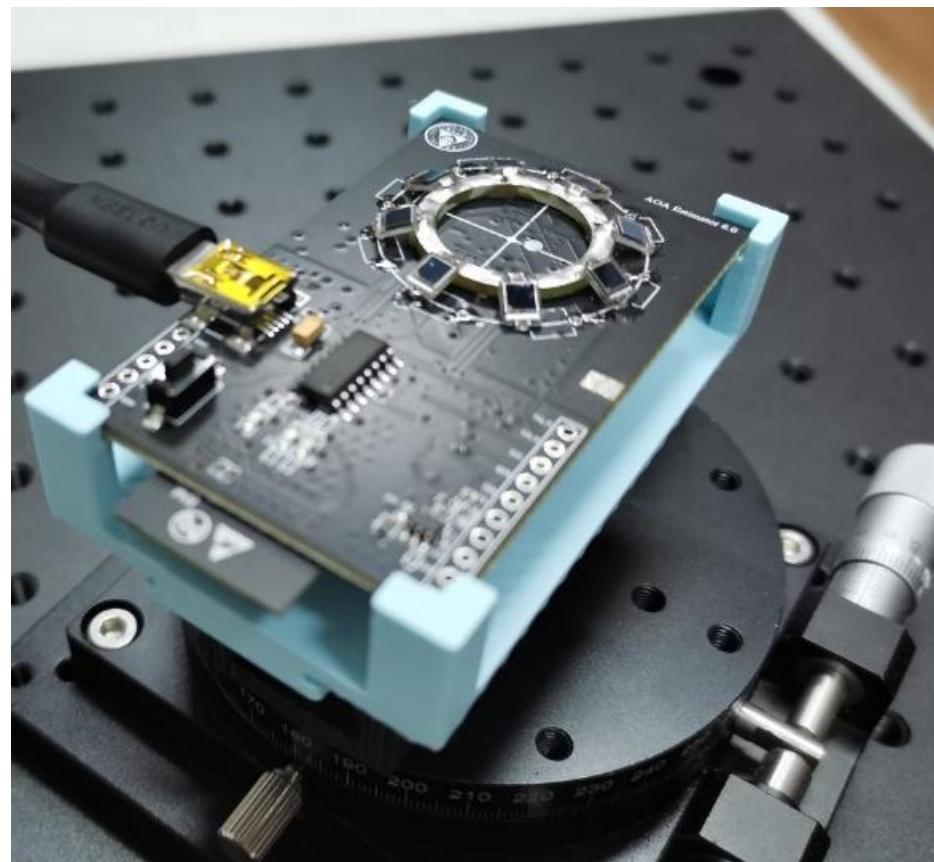


图 5-10 PD 阵列 AOA 估计精度测试结果。

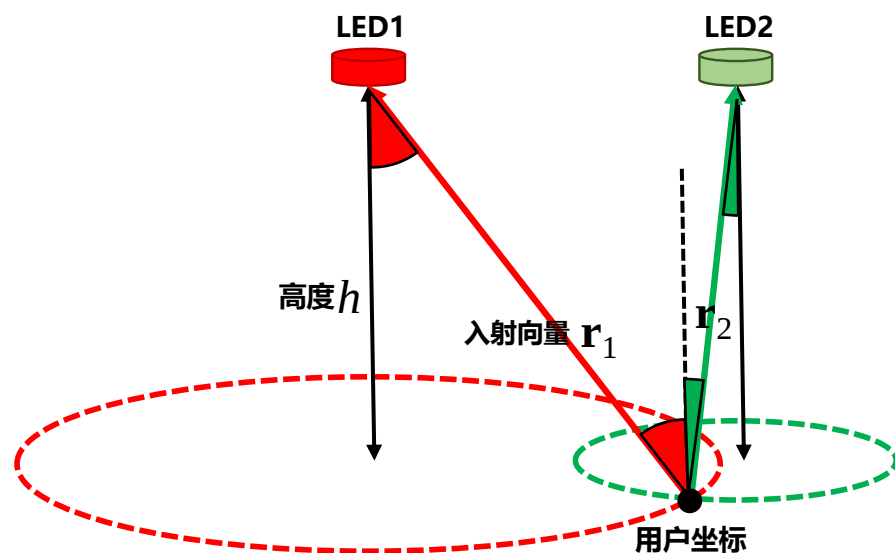


实测结果：平均误差**0.4456°**

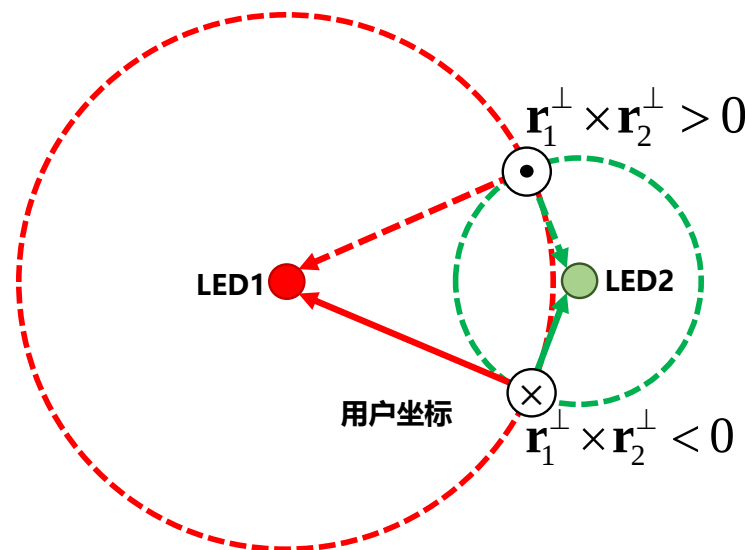
基于到达角的位姿估计方法

二维定位及姿态估计

当LED高度已知，且接收端平放且方向角任意时，用户坐标和方向角均可直接表示成测量结果的闭式函数



侧视图



俯视图

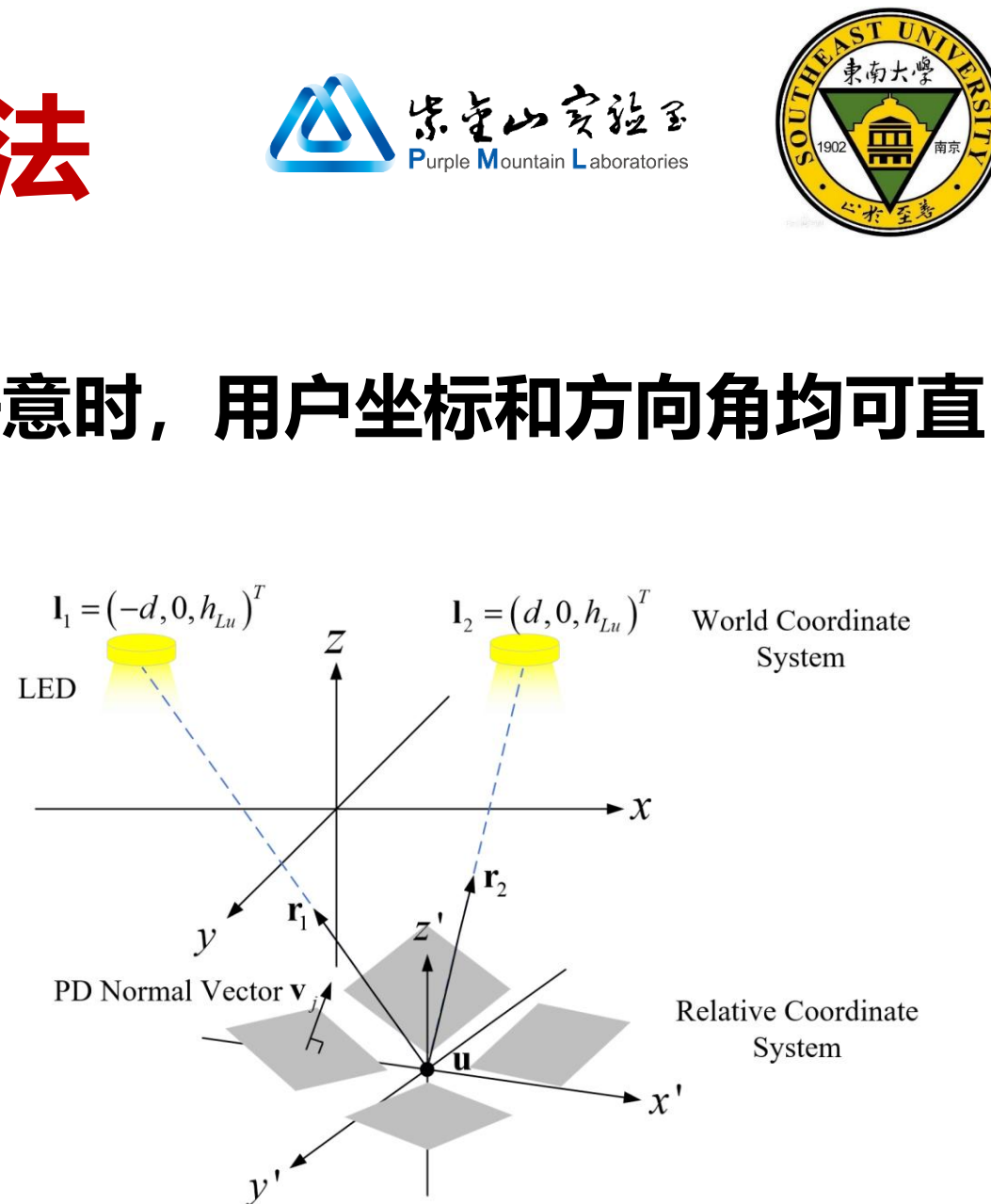
基于到达角的位姿估计方法

二维定位及姿态估计

当LED高度已知，且接收端平放且方向角任意时，用户坐标和方向角均可直接表示成测量结果的闭式函数

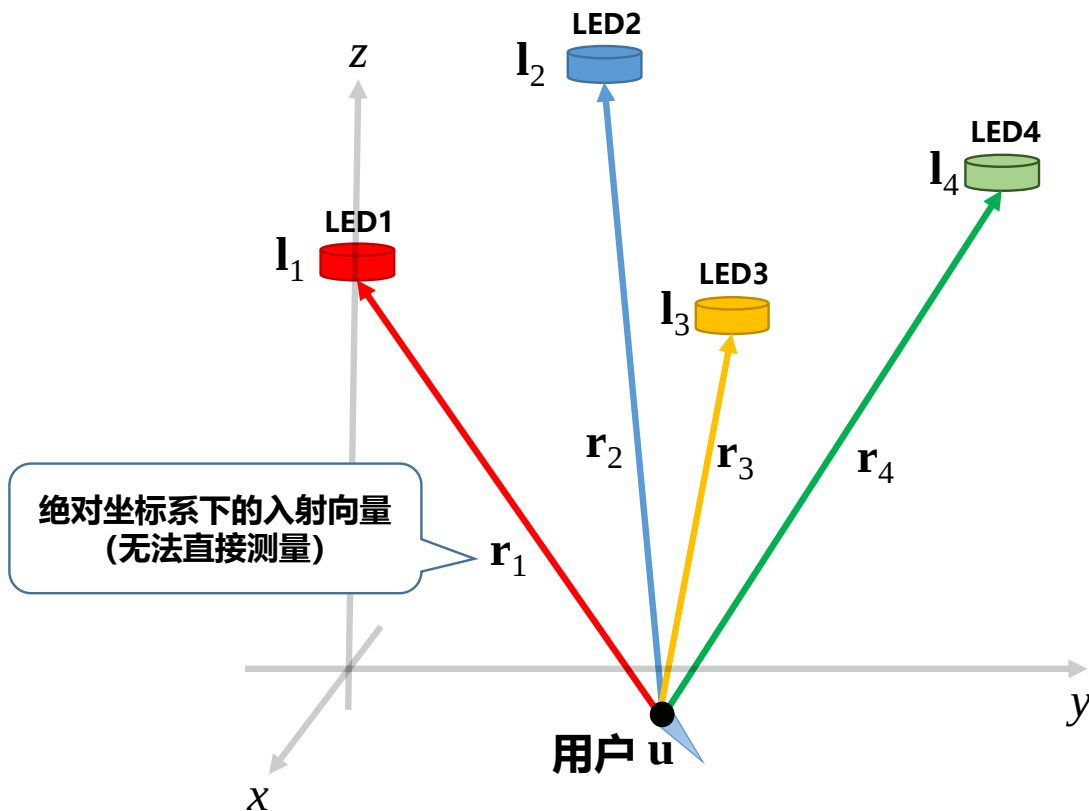
$$\begin{cases} \hat{u}_x = \left(\left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,2}} \right)^2 - \left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,1}} \right)^2 \right) / 4d \\ \hat{u}_y = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,2}} \right)^2 + \left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,1}} \right)^2 - 2h_{Lu}^2 \right) - \left[\frac{1}{4d} \left(\left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,2}} \right)^2 - \left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,1}} \right)^2 \right) \right]^2} - d^2, (0,0,1) \left((\hat{r}_{x,1}, \hat{r}_{y,1}, 0)^T \times (\hat{r}_{x,2}, \hat{r}_{y,2}, 0)^T \right)^T < 0 \\ -\sqrt{\frac{1}{2} \left(\left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,2}} \right)^2 + \left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,1}} \right)^2 - 2h_{Lu}^2 \right) - \left[\frac{1}{4d} \left(\left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,2}} \right)^2 - \left(\frac{h_{Lu}}{\hat{r}_{z,1}} \right)^2 \right) \right]^2} - d^2, (0,0,1) \left((\hat{r}_{x,1}, \hat{r}_{y,1}, 0)^T \times (\hat{r}_{x,2}, \hat{r}_{y,2}, 0)^T \right)^T > 0 \\ 0, (0,0,1) \left((\hat{r}_{x,1}, \hat{r}_{y,1}, 0)^T \times (\hat{r}_{x,2}, \hat{r}_{y,2}, 0)^T \right)^T = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\hat{\beta} = \text{atan2} \left(\left(0, 0, \frac{1}{2} \right) \left(\hat{\mathbf{r}}_{N,1}^\perp \times \hat{\mathbf{r}}_{N,1}'^\perp + \hat{\mathbf{r}}_{N,2}^\perp \times \hat{\mathbf{r}}_{N,2}'^\perp \right), \frac{1}{2} \left((\hat{\mathbf{r}}_{N,1}'^\perp)^T \hat{\mathbf{r}}_{N,1}^\perp + (\hat{\mathbf{r}}_{N,2}'^\perp)^T \hat{\mathbf{r}}_{N,2}^\perp \right) \right)$$



基于到达角的位姿估计方法

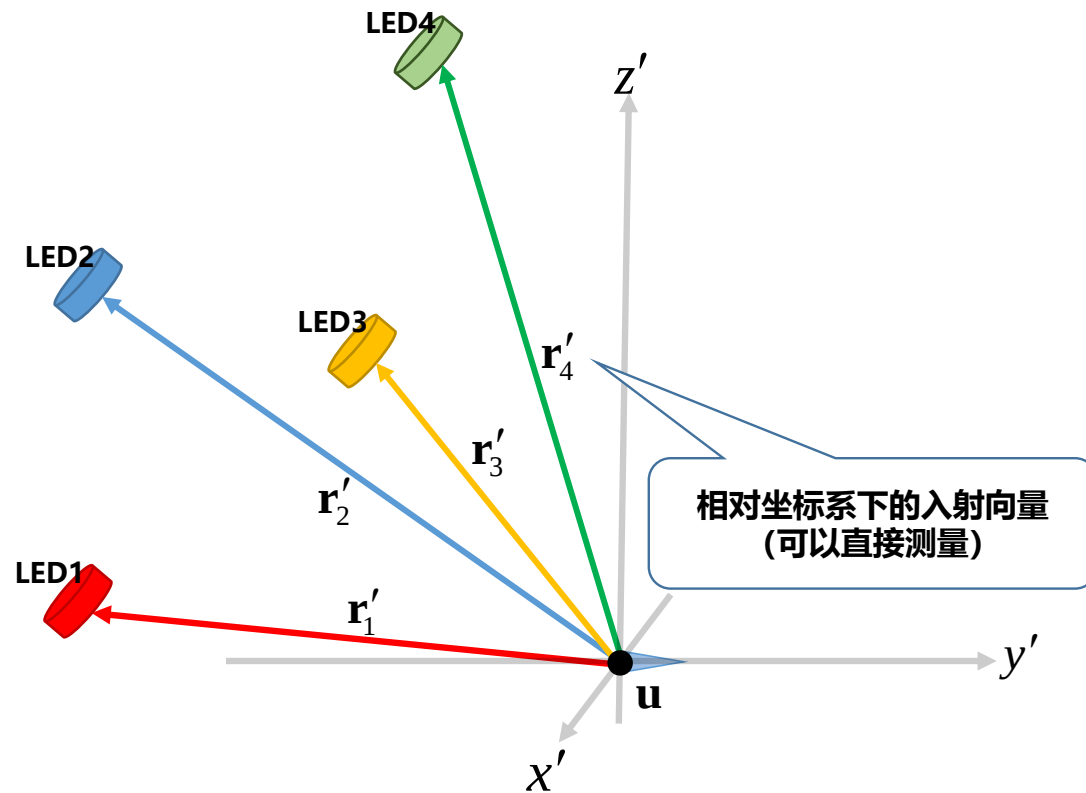
三维定位及姿态估计



世界坐标系

$$\mathbf{r}'_k = \mathbf{G} \mathbf{r}_k = \mathbf{G} \frac{\mathbf{l}_k - \mathbf{u}}{\|\mathbf{l}_k - \mathbf{u}\|}$$

旋转矩阵



相对坐标系

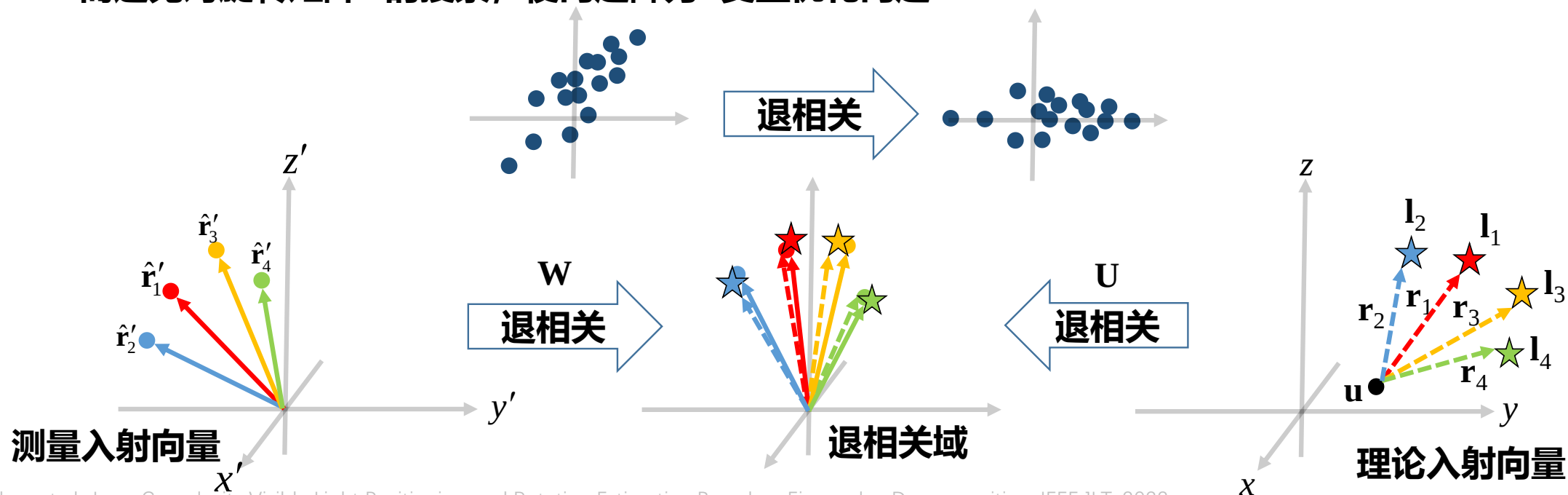
基于到达角的位姿估计方法

三维定位及姿态估计

若直接构造定位模型，则需求解6变量的非凸优化问题

$$\max_{\mathbf{G}, \mathbf{u}} f_{\hat{\mathbf{r}}'_1, \dots, \hat{\mathbf{r}}'_K | \mathbf{G}, \mathbf{u}}(\hat{\mathbf{r}}'_1, \dots, \hat{\mathbf{r}}'_K | \mathbf{G}, \mathbf{u}) \Rightarrow \max_{\mathbf{G}, \mathbf{u}} \prod_{k=1}^K \exp \left\{ -\hat{\gamma}_k \left\| \hat{\mathbf{r}}'_k - \mathbf{G} \frac{\mathbf{l}_k - \mathbf{u}}{\|\mathbf{l}_k - \mathbf{u}\|} \right\|^2 \right\}$$

为了减少变量数，可将入射向量样本 $\hat{\mathbf{r}}'_k$ 和理论入射向量样本 $\frac{\mathbf{l}_k - \mathbf{u}}{\|\mathbf{l}_k - \mathbf{u}\|}$ 放在“退相关域”进行比较，从而避免对旋转矩阵 $\mathbf{G}$ 的搜索，使问题降为3变量优化问题



基于到达角的位姿估计方法

三维定位及姿态估计

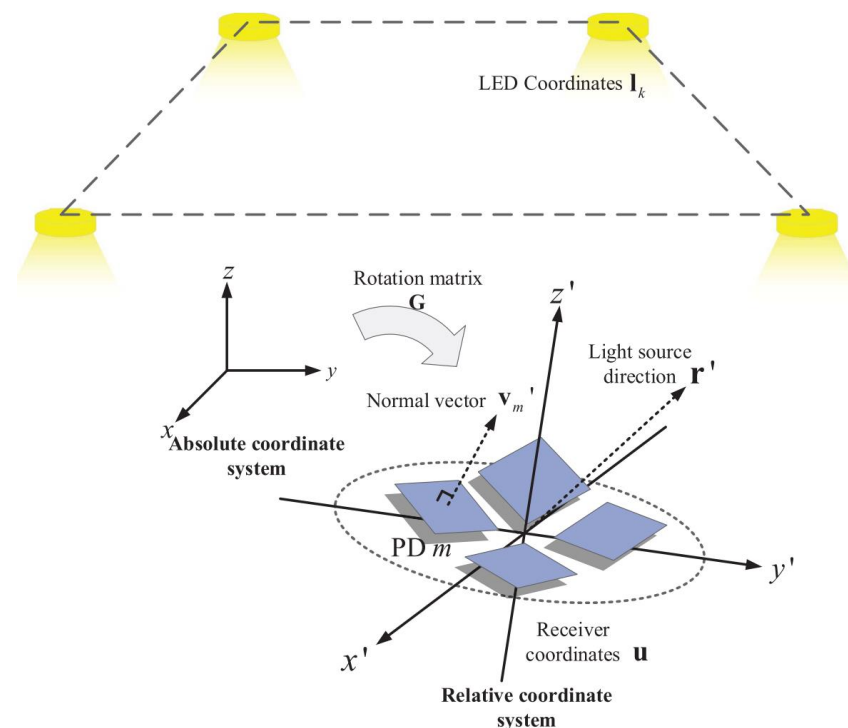
求解定位方程组可转化为求解最优化问题

$$\begin{aligned}
 & \max_{\mathbf{u}} \operatorname{tr} \left\{ \left| \mathbf{U}(\mathbf{u})^T \left[\mathbf{r}_1(\mathbf{u}), \dots, \mathbf{r}_K(\mathbf{u}) \right] \left[\hat{\mathbf{r}}'_1, \dots, \hat{\mathbf{r}}'_K \right]^T \hat{\mathbf{W}} \right| \right\} \\
 & \text{s.t. } \mathbf{u} \in \Phi(\mathbf{u})
 \end{aligned}$$

在坐标 $\mathbf{u}$ 处的入射向量理论值
 入射向量测量值
 特征值分解得到的退相关矩阵
 可行域

$$\mathbf{G}^* = \hat{\mathbf{W}} \operatorname{sign} \left(\operatorname{diag} \left(\mathbf{U}(\mathbf{u}^*)^T \left[\mathbf{r}_1(\mathbf{u}^*), \dots, \mathbf{r}_K(\mathbf{u}^*) \right] \left[\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_K \right] \hat{\mathbf{W}} \right) \right) \mathbf{U}(\mathbf{u}^*)^T$$

通过三维区域内迭代搜索，即可求得用户坐标 $\mathbf{u}^*$ 及旋转矩阵 $\mathbf{G}^*$



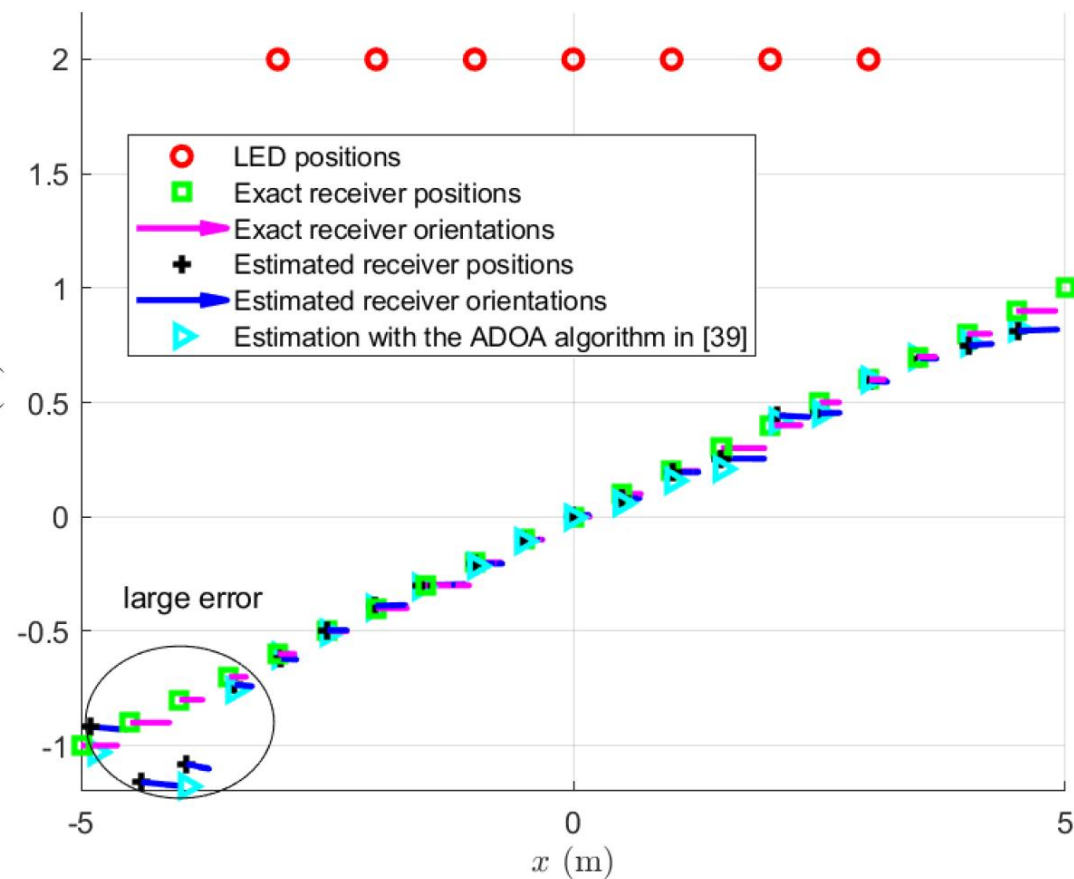
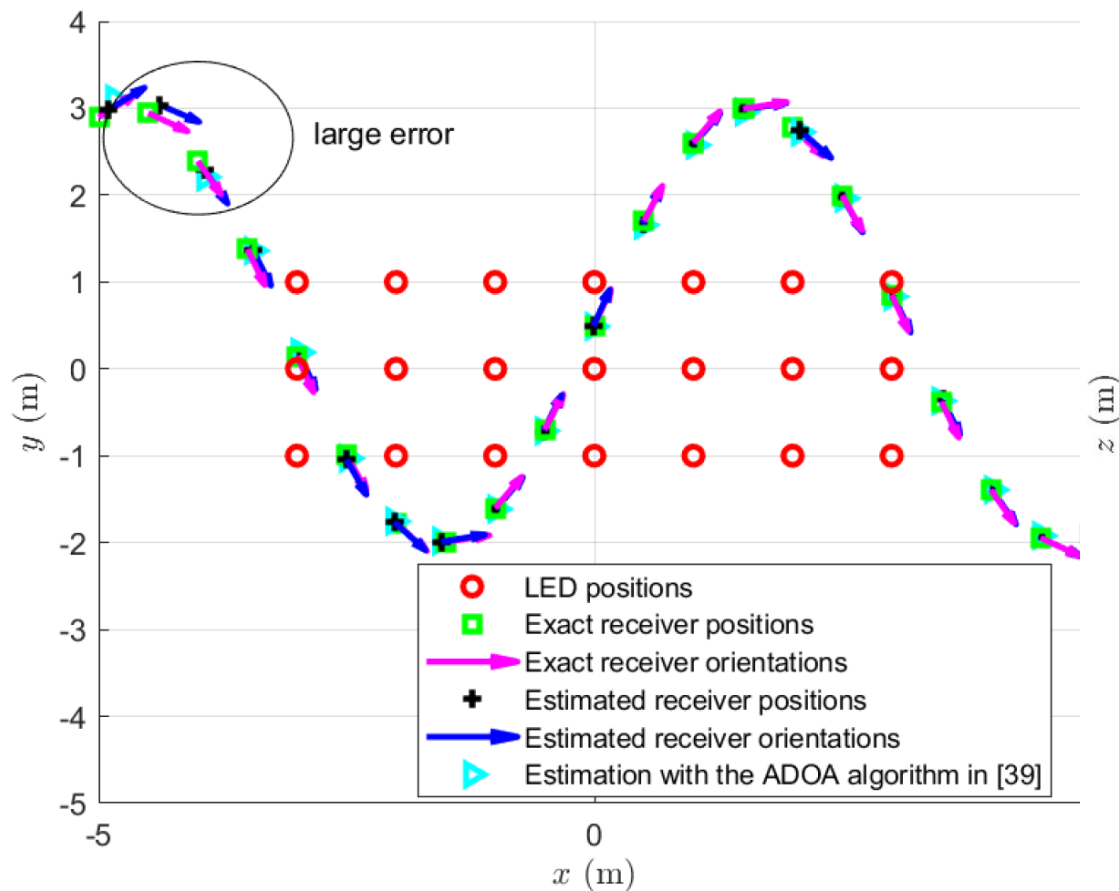
基于到达角的位姿估计方法



紫金山實驗室
Purple Mountain Laboratories

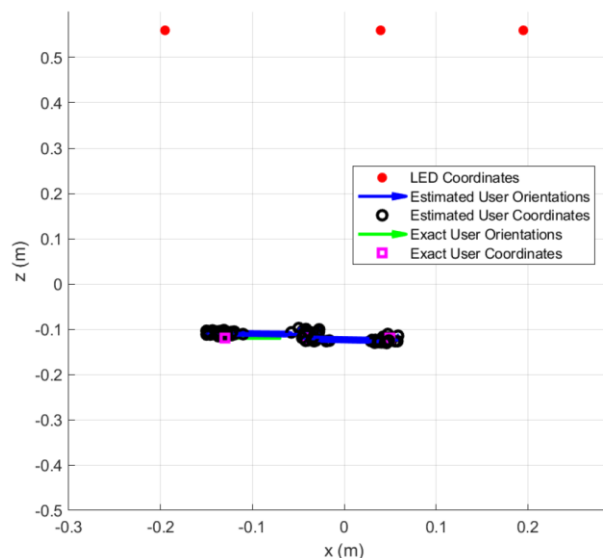
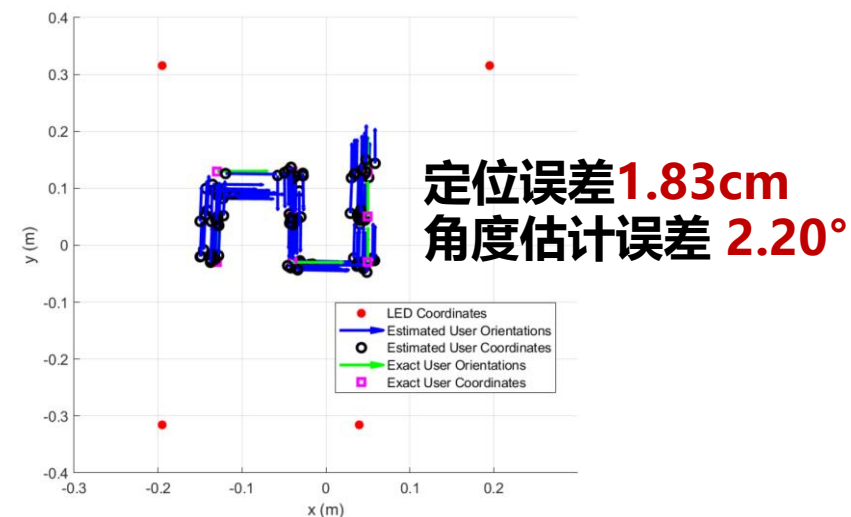
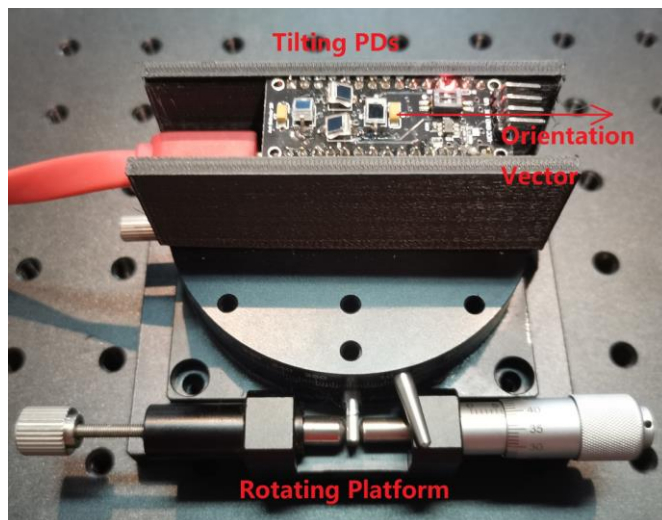


仿真结果

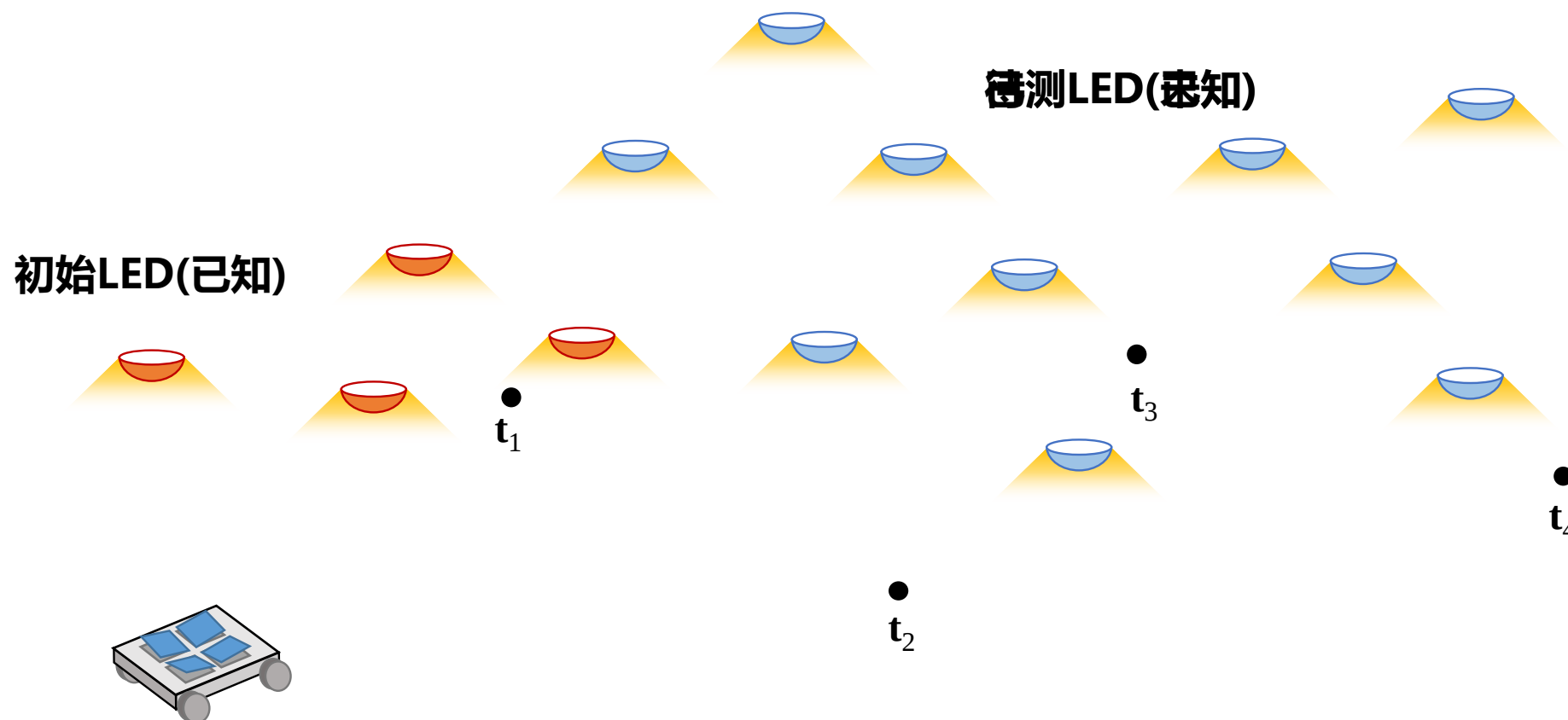


基于到达角的位姿估计方法

实验结果



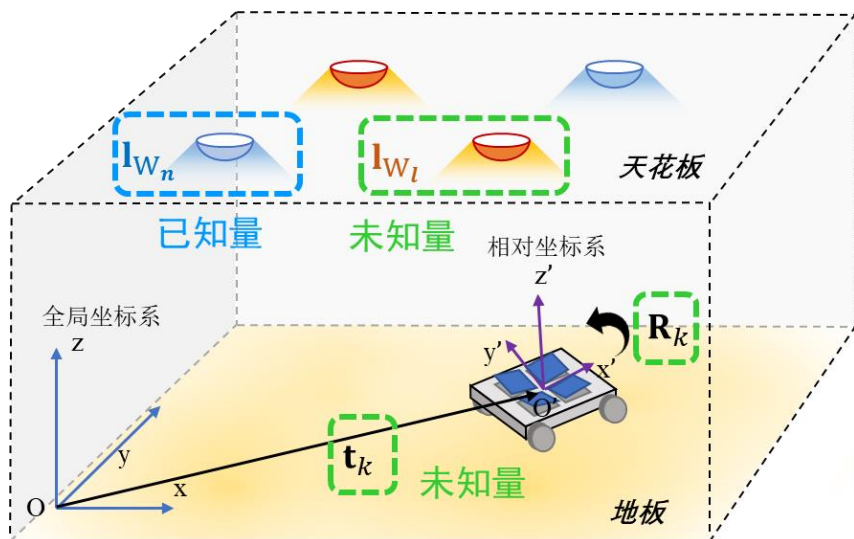
LED数据库的全自动构建方法



LED坐标数据库

ID	坐标
1	(0,1,3)
2	(2,3,3)
3	(5,6,3)
4	(8,9,3)
5	(10,8,3)
...	...

LED数据库的全自动构建方法



接收机定位算法

已知量: 光源LED坐标 l_{w_n}

待求量: 接收机位置 t 、姿态 R

光源定位算法

已知量: 接收机位置 t_k 、姿态 R_k

待求量: 光源LED坐标 l_w

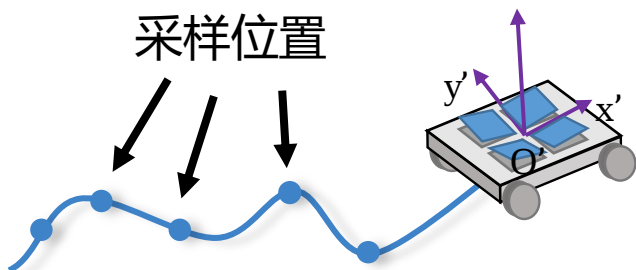
两个算法各自的输出都是另一个算法所需输入的估计值

接收机定位算法与光源定位算法的融合

初始信息: 仅需要少量已知光源LED

提供光信号样本

1 接收机持续移动



2 接收机对自身定位

- 接收机位置和姿态估计
- 获得入射光AOA样本

3 更新光源坐标数据库

- 未知光源坐标估计
- 扩充光源坐标数据库

扩充可用光源信标资源

LED数据库的全自动构建方法

接收机定位算法

已知量：光源LED坐标 $\mathbf{l}_{W_n}$

待求量：接收机位置 $\mathbf{t}_k$ 、旋转矩阵 $\mathbf{R}_k$

$$\begin{aligned}
 & \max_{\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k} f_{\hat{\mathbf{r}}_{1,1}, \dots, \hat{\mathbf{r}}_{N,k} | \mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k} (\hat{\mathbf{r}}_{1,1}, \dots, \hat{\mathbf{r}}_{N,k} | \mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k) \\
 & \Rightarrow \max_{\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k} \prod_{n=1}^N \left(\frac{6\pi\sigma_n^2}{Jp_{\max_{n,k}}^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \exp \left\{ -\frac{Jp_{\max_{n,k}}^2}{6\sigma_n^2} \left\| \hat{\mathbf{r}}_{n,k} - \frac{\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_n} - \mathbf{t}_k)}{\|\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_n} - \mathbf{t}_k)\|} \right\|^2 \right\} \\
 & \Rightarrow \min_{\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k} \sum_{n=1}^N c_{n,k} \underbrace{\left\| \hat{\mathbf{r}}_{n,k} - \frac{\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_n} - \mathbf{t}_k)}{\|\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_n} - \mathbf{t}_k)\|} \right\|^2}_{G_k(\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k)}
 \end{aligned}$$

信噪比

光源定位算法

已知量：接收机位置 $\mathbf{t}_k$ 、旋转矩阵 $\mathbf{R}_k$

待求量：光源LED坐标 $\mathbf{l}_W$

$$\begin{aligned}
 & \max_{\mathbf{l}_{W_l}} f_{\hat{\mathbf{r}}_{l,1}, \dots, \hat{\mathbf{r}}_{l,K} | \mathbf{l}_{W_l}} (\hat{\mathbf{r}}_{l,1}, \dots, \hat{\mathbf{r}}_{l,K} | \mathbf{l}_{W_l}) \\
 & \Rightarrow \max_{\mathbf{l}_{W_l}} \prod_{k=1}^K \left(\frac{6\pi\sigma_n^2}{Jp_{\max_{l,k}}^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \exp \left\{ -\frac{Jp_{\max_{l,k}}^2}{6\sigma_n^2} \left\| \hat{\mathbf{r}}_{l,k} - \frac{\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_l} - \mathbf{t}_k)}{\|\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_l} - \mathbf{t}_k)\|} \right\|^2 \right\} \\
 & \Rightarrow \min_{\mathbf{l}_{W_l}} \sum_{k=1}^K c_{l,k} \underbrace{\left\| \hat{\mathbf{r}}_{l,k} - \frac{\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_l} - \mathbf{t}_k)}{\|\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_l} - \mathbf{t}_k)\|} \right\|^2}_{H_l(\mathbf{l}_{W_l}, \mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k)}
 \end{aligned}$$

LED数据库的全自动构建方法

旋转矩阵的级数表示——李代数

如果使用传统方法描述旋转矩阵误差带来的向量映射误差，则可得

$$\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{R}}\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{p} = (\Delta\mathbf{R} - \mathbf{I}_3)\mathbf{R}\mathbf{p}$$

误差表达式带有正交约束，难以处理

因此可将旋转矩阵表示成级数形式，仅用**三个无约束变量**描述有噪旋转矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$

$$\hat{\mathbf{R}} = \Delta\mathbf{R} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{R} + \boldsymbol{\tau}^\wedge \mathbf{R} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} (\boldsymbol{\tau}^\wedge)^n \mathbf{R}$$

$$\boldsymbol{\tau}^\wedge = \begin{bmatrix} \tau^{(1)} \\ \tau^{(2)} \\ \tau^{(3)} \end{bmatrix}^\wedge = \begin{bmatrix} 0 & -\tau^{(3)} & \tau^{(2)} \\ \tau^{(3)} & 0 & -\tau^{(1)} \\ -\tau^{(2)} & \tau^{(1)} & 0 \end{bmatrix}$$

此时向量映射误差可简化为

$$\mathbf{e}_{\hat{\mathbf{R}}\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{p} \rightarrow \frac{D\mathbf{R}\mathbf{p}}{D\mathbf{R}} \boldsymbol{\tau} = \lim_{\boldsymbol{\tau} \rightarrow 0} \begin{bmatrix} \frac{\hat{\mathbf{R}}\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{p}}{\tau^{(1)}} & \frac{\hat{\mathbf{R}}\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{p}}{\tau^{(2)}} & \frac{\hat{\mathbf{R}}\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{p}}{\tau^{(3)}} \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau} = -(\mathbf{R}\mathbf{p})^\wedge \boldsymbol{\tau}$$

误差表达式不带
正交约束

LED数据库的全自动构建方法

误差性能分析

接收机定位算法

$$\min_{\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k} \sum_{n=1}^N c_{n,k} \underbrace{\left\| \hat{\mathbf{r}}_{n,k} - \frac{\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_n} - \mathbf{t}_k)}{\|\mathbf{R}_k (\mathbf{l}_{W_n} - \mathbf{t}_k)\|} \right\|}_{G_k(\mathbf{R}_k, \mathbf{t}_k)}^2$$

其目标函数在精确采样位姿 $(\mathbf{R}_k^*, \mathbf{t}_k^*)$ 处的泰勒级数展开为

关于 $\tau_k, \Delta \mathbf{t}_k$ 的二次函数，存在闭式解

新自变量——定位误差

$$G_k(\mathbf{R}_k^* + \hat{\tau}_k, \mathbf{t}_k^* + \Delta \mathbf{t}_k) \approx \sum_{n=1}^N c_{n,k} \left\| \underbrace{\hat{\mathbf{r}}_{n,k} - \mathbf{r}_{n,k}}_{\mathbf{n}_{r,n,k}} + \left[\frac{\mathbf{I}_3}{\|\mathbf{l}_{n,k}\|} - \frac{\mathbf{l}_{n,k} \mathbf{l}_{n,k}^T}{\|\mathbf{l}_{n,k}\|^3} \right] \left[\mathbf{R}_k^* (\mathbf{l}_{W_n} - \mathbf{t}_k^*) \right]^\wedge \tau_k + \left[\frac{\mathbf{I}_3}{\|\mathbf{l}_{n,k}\|} - \frac{\mathbf{l}_{n,k} \mathbf{l}_{n,k}^T}{\|\mathbf{l}_{n,k}\|^3} \right] \mathbf{R}_k^* \Delta \mathbf{t}_k \right\|^2$$

求解后可得

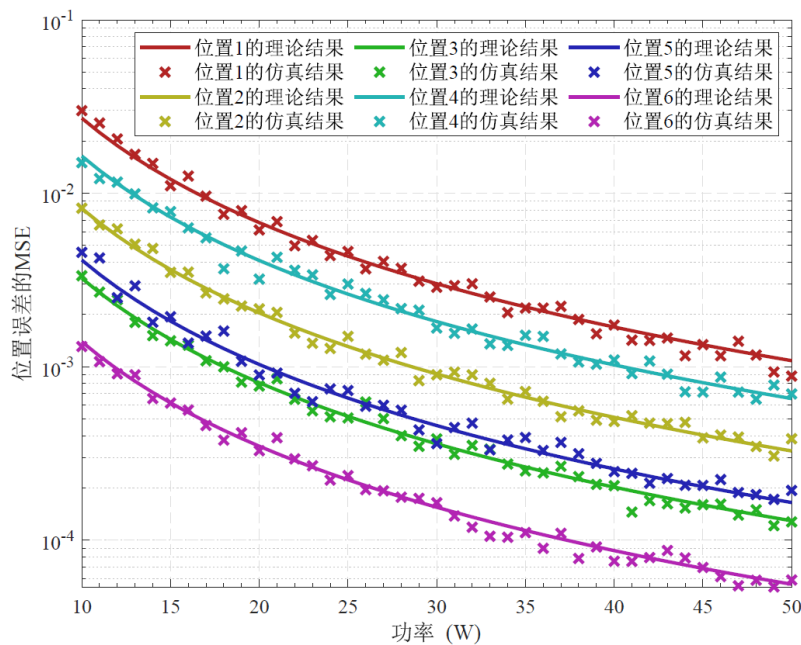
$$\delta_k := \begin{bmatrix} \tau_k \\ \Delta \mathbf{t}_k \end{bmatrix} \approx \mathbf{X}_k^{-1} \sum_{n=1}^N \mathbf{Y}_{n,k} \mathbf{n}_{r,n,k} \quad \mathbf{C}_{\delta_k} = E[\delta_k \delta_k^T] = \frac{3\sigma_n^2}{J} \left(\sum_{n=1}^N p_{\max_{n,k}}^2 \mathbf{A} \right)^{-1}$$

类似可得LED估计坐标误差

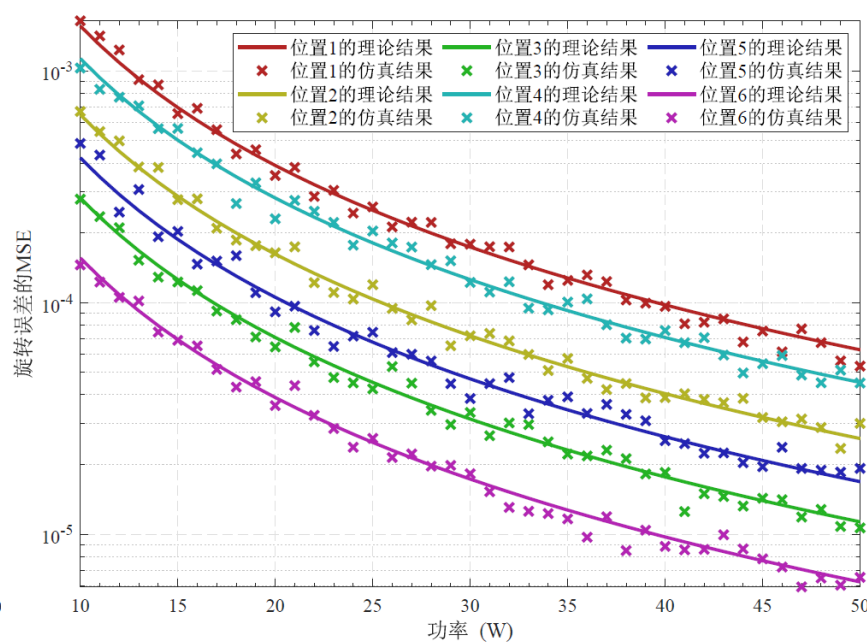
$$\Delta \mathbf{l}_{W_l} \approx \mathbf{M}_l^{-1} \cdot \sum_{k=1}^K \mathbf{N}_{l,k} (\mathbf{n}_{r,l,k} - \mathbf{J}_{l,k} \delta_k) \quad \mathbf{C}_{\Delta \mathbf{l}_{W_l}} = \mathbb{E}[\Delta \mathbf{l}_{W_l} \Delta \mathbf{l}_{W_l}^T] = \frac{3\sigma_n^2}{J} \left(\sum_{k=1}^K p_{\max_{l,k}} \mathbf{J}_{l_{W_l}}^{\mathbf{m}_{\hat{l},k}} \mathbf{J}_{l_{W_l}}^{\mathbf{m}_{\hat{l},k}T} \right)^{-1} + \mathbf{M}_l^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{N}_{l,k} \mathbf{J}_{l,k} (\mathbf{X}_k^{-1})^T \mathbf{J}_{l,k}^T \mathbf{N}_{l,k}^T (\mathbf{M}_l^{-1})^T$$

LED数据库的全自动构建方法

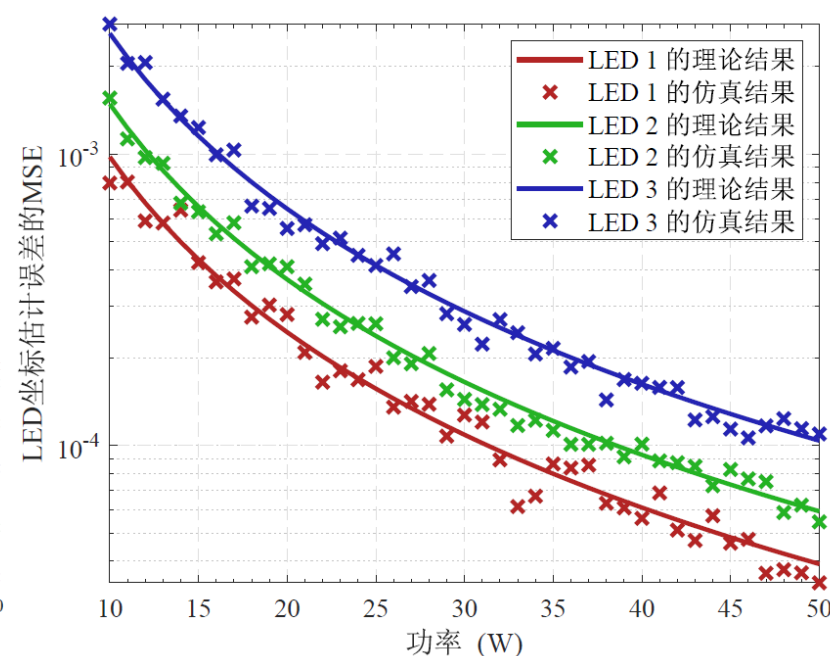
仿真结果



(a) 接收机位置估计误差的 MSE (m)



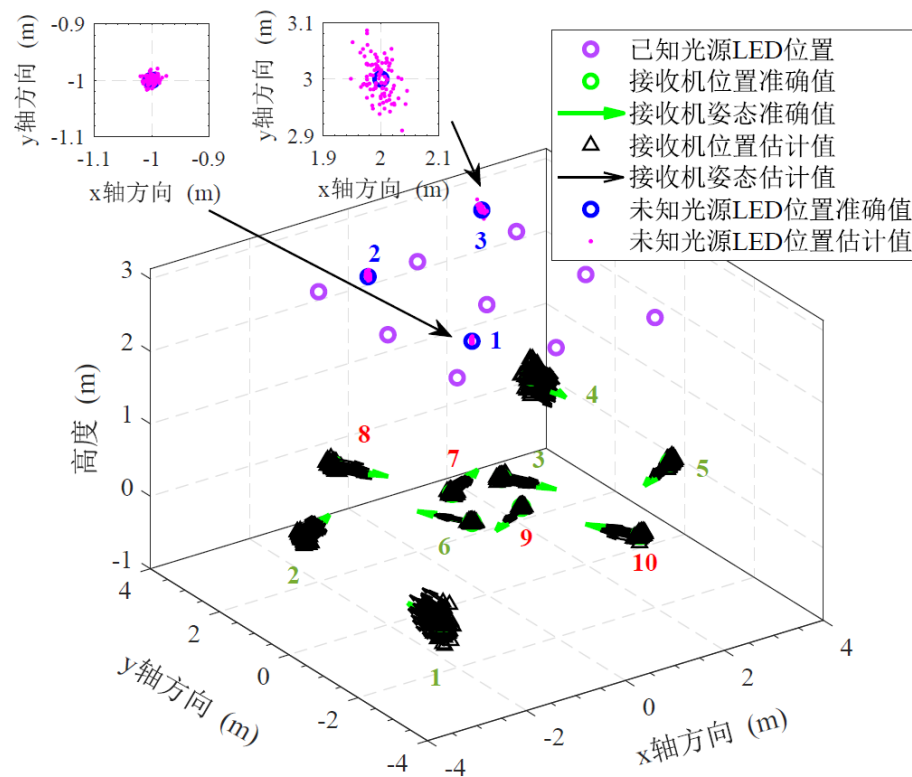
(b) 接收机姿态估计误差的 MSE (rad)



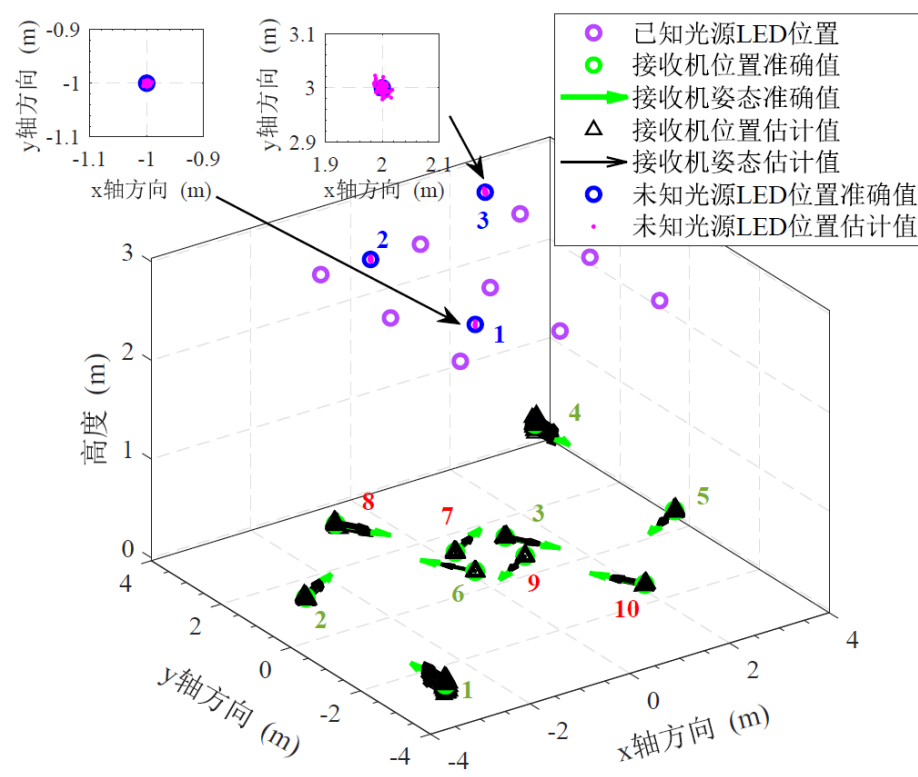
(c) LED位置估计误差的MSE (m)

LED数据库的全自动构建方法

仿真结果



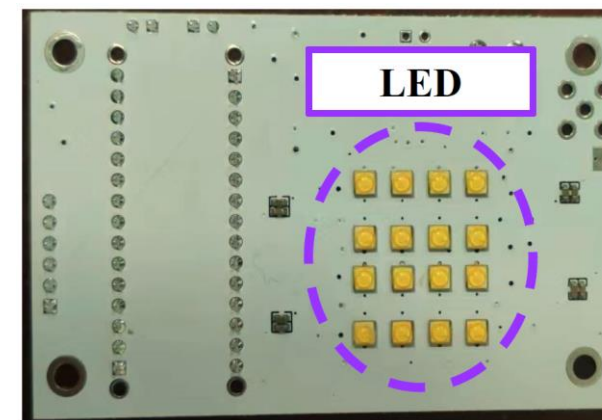
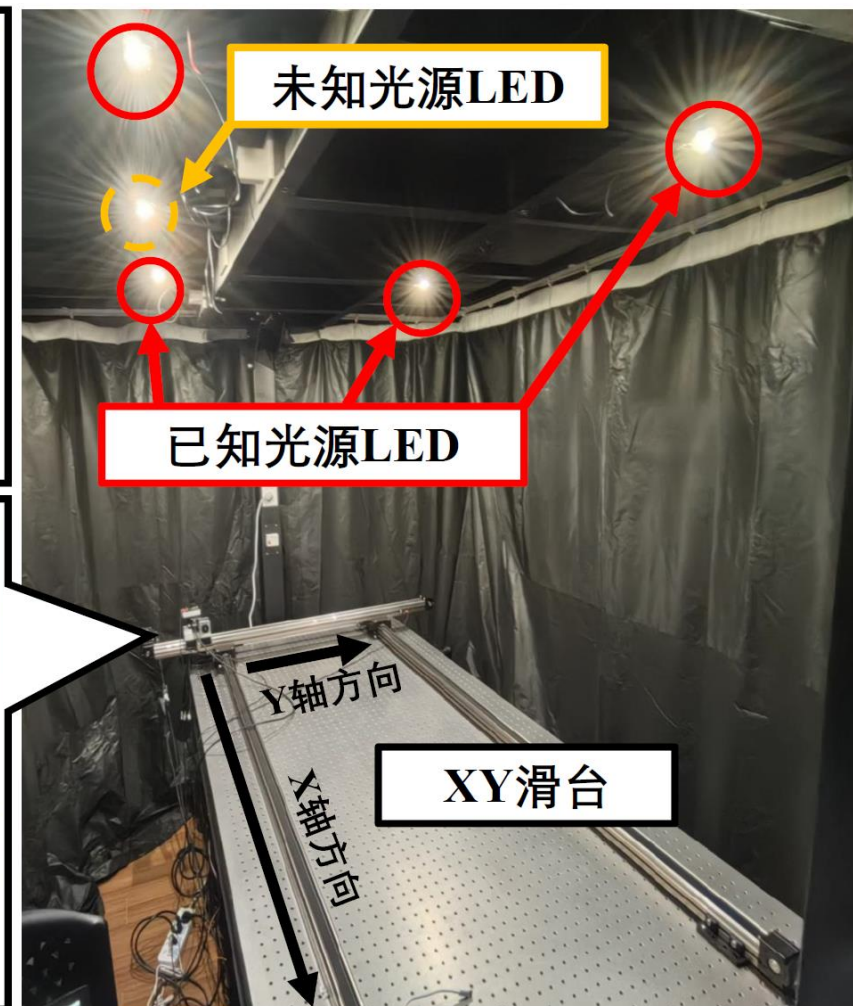
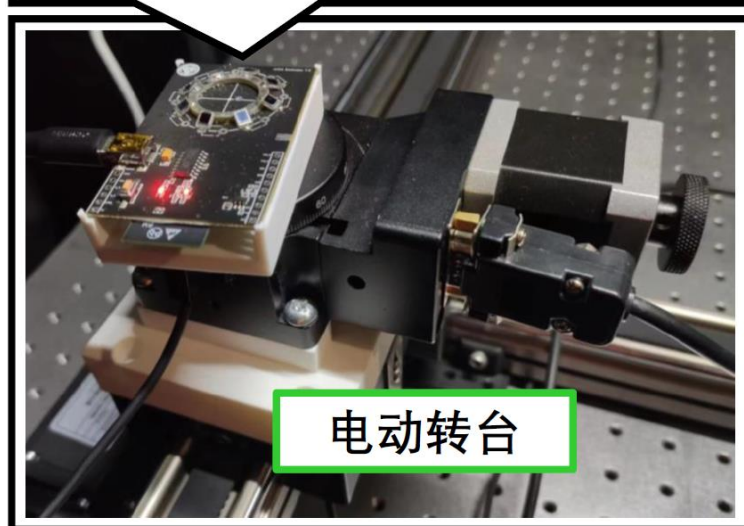
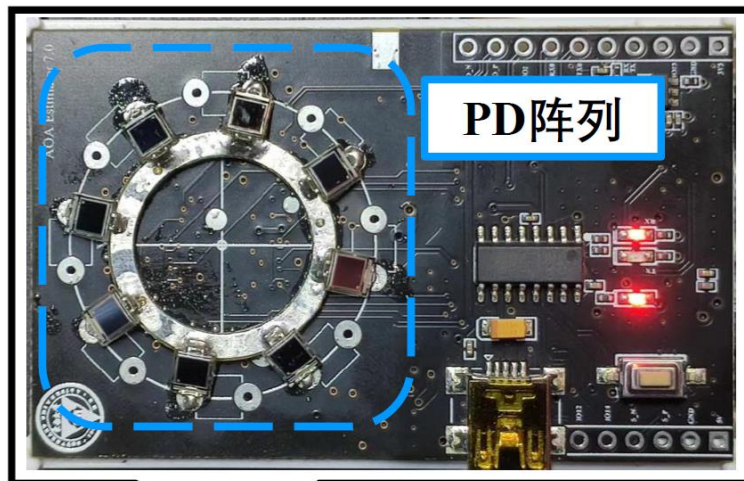
(a) 功率 10 W



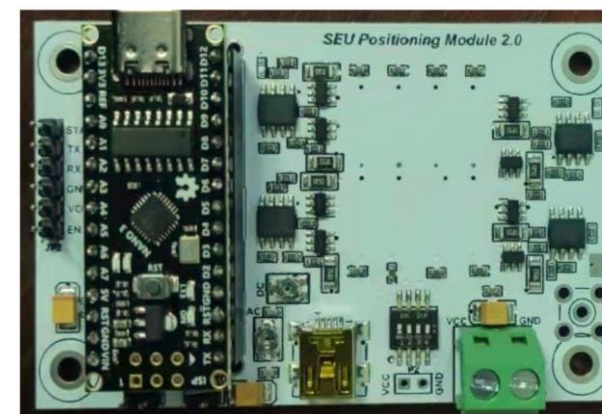
(b) 功率 30 W

LED数据库的全自动构建方法

实验平台



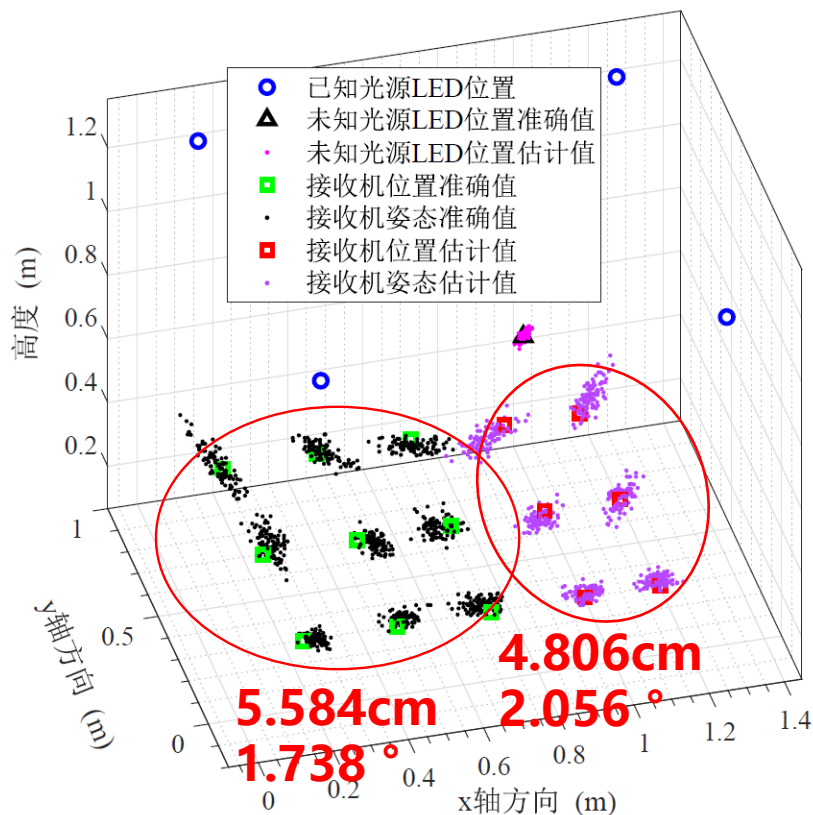
(a) 正面图



(b) 背面图

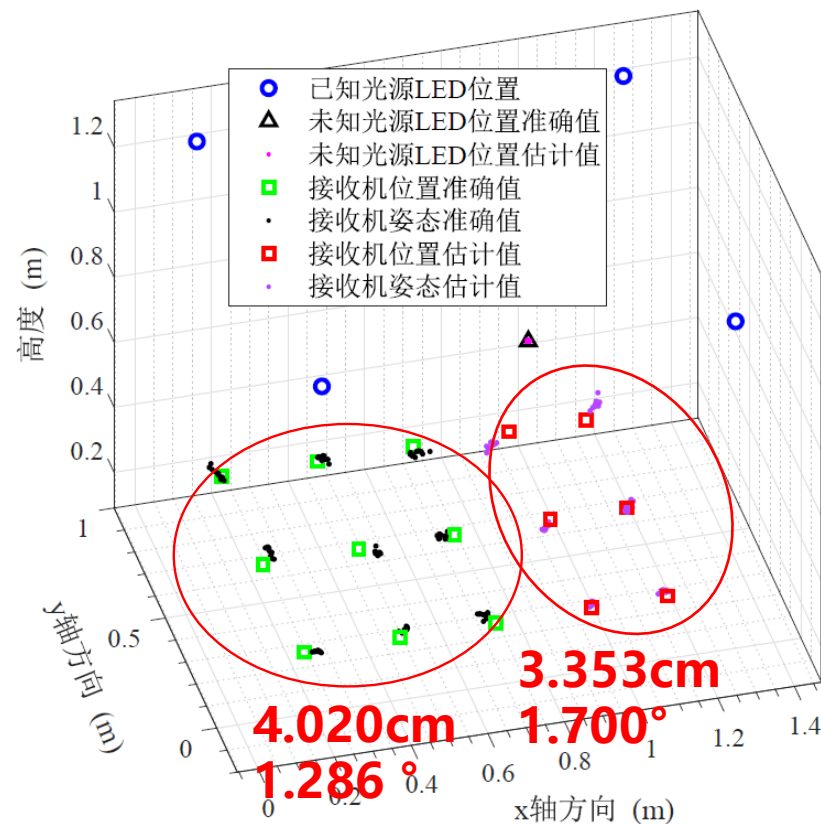
LED数据库的全自动构建方法

实验结果



(a) 采用原始入射向量样本进行估计

LED平均误差**2.015cm**

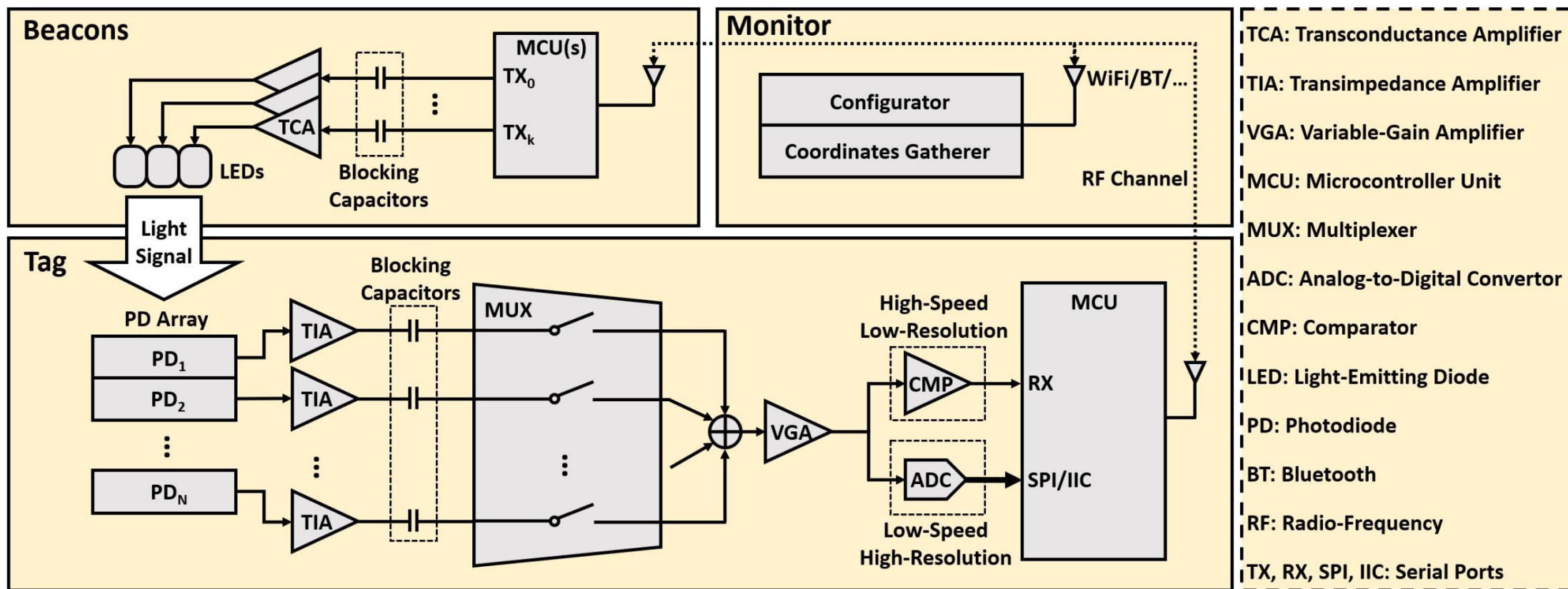


(b) 采用 10 个入射向量样本的平均值进行估计

LED平均误差**0.621cm**

无线光定位的系统实现

硬件架构

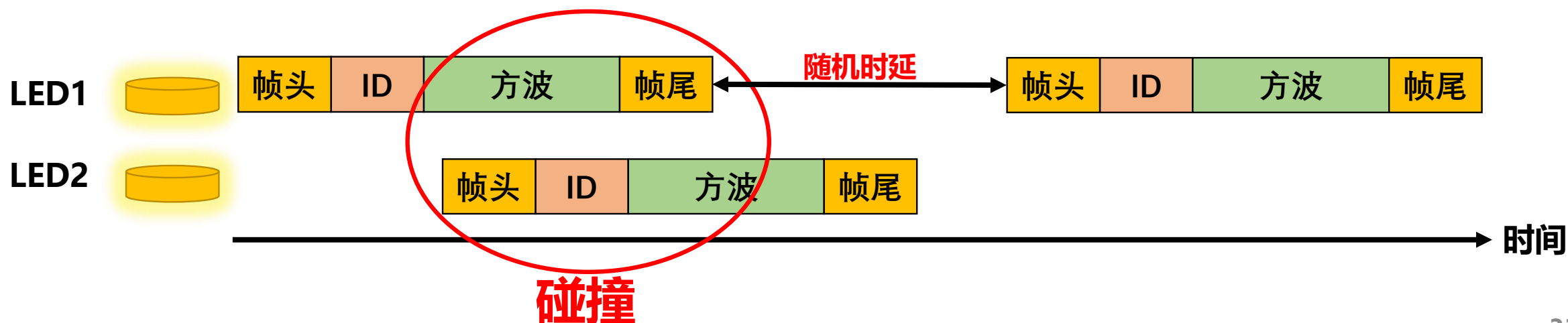
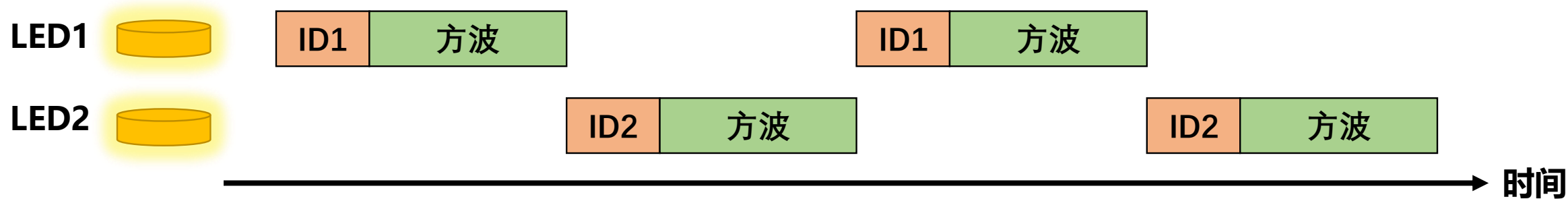


无线光定位的系统实现

时分多址接入

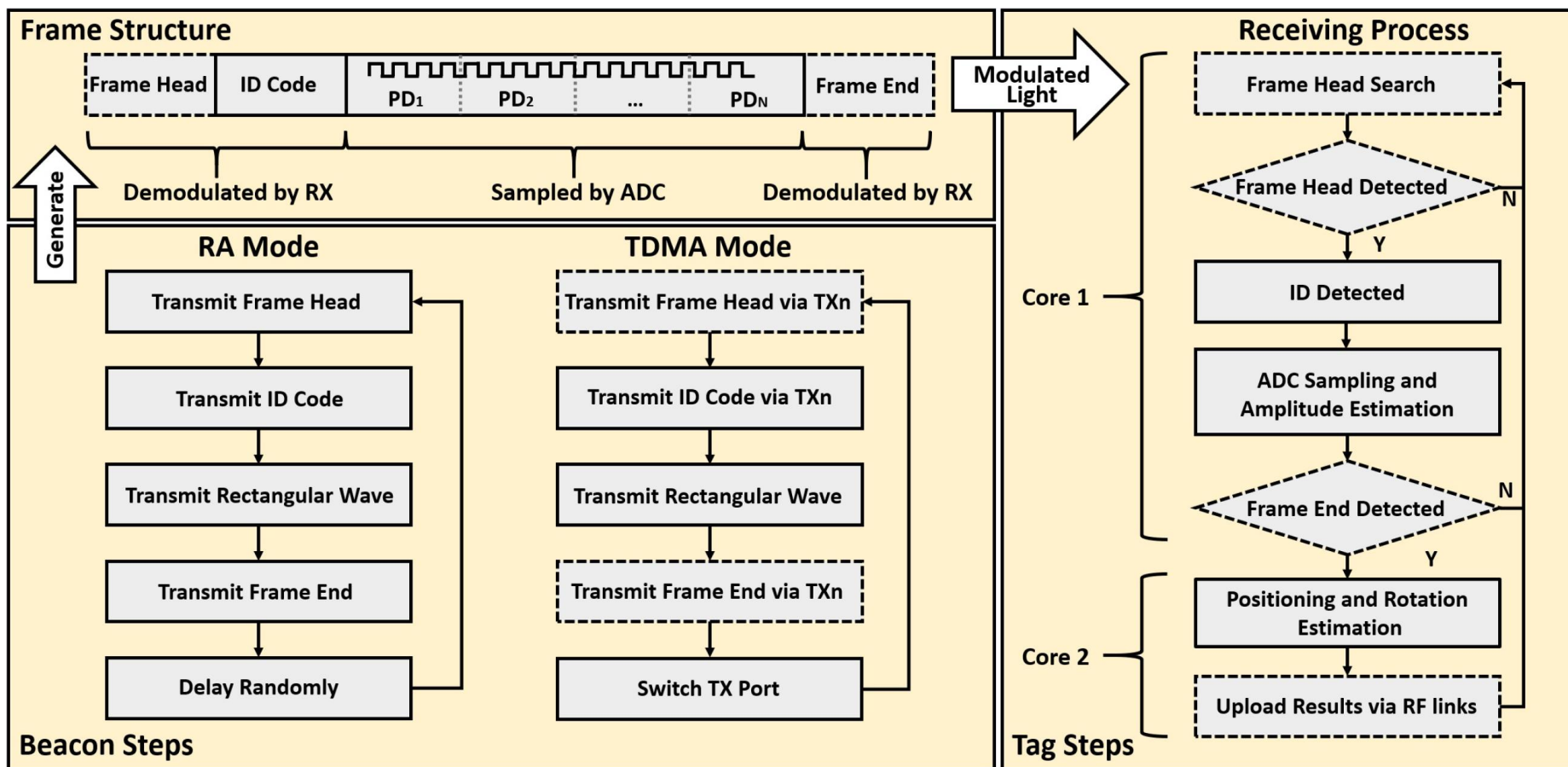


紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories



无线光定位的系统实现

软件架构

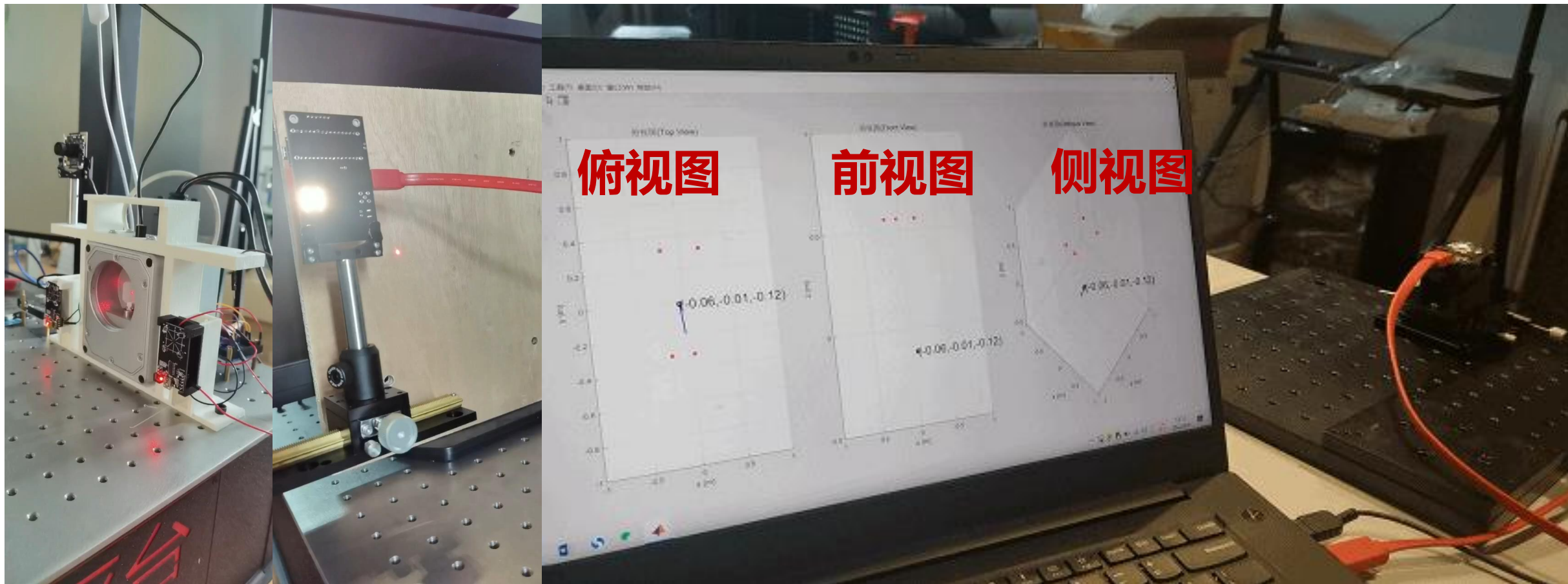


高速无线光定位方法

三维定位及姿态估计实验



紫金山实验室
Purple Mountain Laboratories



总结

- 现有的无线定位技术无法支持激光移动通信等对定位**时延**和**精度**都具有苛刻要求的应用
- PD阵列可用作**快速、精确、廉价、广角、低功耗**的AOA估计器
- PD存在**最优方向组合**，入射向量估计误差服从**高斯分布**
- 二维光定位算法存在**闭式表达式**；三维光定位算法存在**几何解释**，能估计**旋转矩阵**
- 用户定位和LED坐标建库能**同时进行**，用户和LED误差均存在**闭式表达式**
- 无线光定位存在**低成本实现框架**，其关键在于基于**时分的混合帧设计**和**硬串口的光透传**

谢谢！

zbc@seu.edu.cn

